UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
COLEGIADO DE MATEMÁTICA
Licenciatura em Matemática
UNIOESTE - *Campus* de Cascavel

MARIANA DA ROSA
VERUSKA ORIANE BRANDALIZE

RELATÓRIO DA DISCIPLINA DE METODOLOGIA E PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA:

ESTÁGIO SUPERVISIONADO I

PROMAT

CASCAVEL
2018

MARIANA DA ROSA
VERUSKA ORIANE BRANDALIZE

METODOLOGIA E PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA:
ESTÁGIO SUPERVISIONADO I
PROMAT

Relatório apresentado como requisito parcial da disciplina para aprovação.

Orientadora: Profª. Pamela Gonçalves.

CASCAVEL
2018

LISTA DE TABELAS

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Esta Pasta contém uma reflexão sobre o estágio supervisionado relacionado à disciplina de Metodologia e Prática de Ensino I, realizado na Universidade Estadual do Oeste do Paraná- Cascavel. O estágio ocorreu no primeiro semestre de 2018, por meio do programa Promat, um projeto oferecido pelo curso de licenciatura em matemática, para os alunos do ensino médio do NRE de Cascavel. O estágio ocorreu sob a orientação do professor Sandro Marcos Guzzo e da professora Pamela Gonçalves, tendo sua realização em dez sábados no período matutino, gerando uma carga horária de 40 horas.

Nesse projeto, optamos por abordagens metodológicas distintas, dentre elas: aulas expositivas; dinâmicas; atividades exploratórias, materiais manipulativos, tecnologia da informação; resolução de exercícios; investigação matemática e jogos. trabalhamos durante o projeto os conteúdos de Razão e Proporção, Regra de três, Polinômios, Equações, Conjuntos, Função Afim, Função Quadrática e Geometria. Deste modo, esta pasta tem como objetivo fazer uma reflexão sobre este tempo que atuamos como professores.

Este material está organizado da seguinte forma:

- Planos de aula: Nestes tópicos trazemos a descrição como foi conduzida as atividades.
- Relato descritivo-reflexivo: Contém uma breve descrição sobre como ocorreram as aulas atividades que deram certo e outras não, além de trazer as dificuldades que enfrentamos durante a realização dos encontros.
- Material do aluno: Disponibilizamos os materiais que foram entregues para os alunos durante cada encontro ministrado.

Esperamos que esta pasta possa servir como auxilio para os próximos estagiários da disciplina, sendo mais uma referência no qual os discentes possam se basear, podendo explorá-la e aproveitá-la ao máximo.

2. **PROMAT**

O Programa de Acesso e de Permanência de Estudantes da Rede Pública de Ensino em Universidades Públicas: Um Enfoque à Área de Matemática – PROMAT, é um projeto social, o qual tem o objetivo de promover o apoio educacional aos alunos da Educação Básica de colégios públicos do NRE de Cascavel.

Alguns dos principais focos do PROMAT está em sanar defasagens do ensino público, além de promover mais oportunidades de acesso ao ensino superior constituindo assim, um processo alternativo de acesso de estudantes ao ensino superior.

O projeto se focou nos conteúdos de matemática do ensino fundamental e médio. Sendo separado em três módulos: Módulo 1 – Razão, Proporção, Regra de Três, Polinômios e Equações, Módulo 2- Conjuntos, Função de primeiro grau e função de segundo grau, e o módulo 3- Geometria. São disponibilizadas um total de 200 vagas em cada semestre letivo.

As metodologias escolhidas pela dupla de estágio são apoiadas em livros didáticos e o programa de desenvolvimento educacional (PDE). Com base nessas obras didáticas, foi promovido o projeto com apoio dos professores, coordenadores e estagiários de matemática.

2.1 OPÇÃO TEÓRICA E METODOLÓGICA

De todas as matérias que constitui o currículo escolar, a matemática é talvez, a que os alunos mais apresentam dificuldades de aprendizagem, e a de menos interesse. Como Almeida, França e Santos (2007) trazem que os alunos

> sentem dificuldades na aprendizagem da Matemática e muitas vezes são reprovados nesta disciplina, ou então, mesmo que aprovados, sentem dificuldades em utilizar o conhecimento “adquirido”, em síntese, não conseguem efetivamente terem acesso a esse saber de fundamental importância.

Sendo natural encontramos alunos que alegam não gostar de matemática, afinal como poderiam, se a mesma por décadas foi apresentada em sua mais pura rigidez, quase como se fosse algo além da compreensão humana, perfeita e acabada. Mas, o que muitos, não veem, é que a matemática ainda continua sendo constituída.

Durante o tempo que passamos na graduação, a discussão sobre como abordar o ensino da matemática, sempre esteve presente. Discussões como: por que as pessoas não gostam de matemática? A prática expositiva não funciona? Como melhorar o ensino? É possível fazer um aluno gostar de matemática? Foram de grande valia, para refletir em como iriamos conduzir nossa prática.

Pensando em todas as discussões feitas no curso de licenciatura em matemática, nossos principais focos foram fazer com que os alunos explorassem a matemática, e com isso vissem sua essência. Uma vez que, atualmente, os documentos oficiais da educação como: Diretrizes Curriculares Nacionais (1998), Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) (PCN), Bases Paraná (PARANÁ, 2008), entre outros, trazem como objetivo da educação, desenvolver a autonomia e o pensamento crítico nos alunos visando que eles sejam cidadãos atuantes na sociedade em que fazem parte.

Nisso, optamos por trabalhar com dois eixos principais: Materiais concreto-manipulativos e Tecnologias de informação (em especial [1]GeoGebra), que de acordo com Lorenzato (2006, p. 22-23) os materiais didáticos concretos podem ter duas

---

[1] O GeoGebra é um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote.

interpretações: “uma delas refere-se ao palpável, manipulável e a outra, mais ampla inclui imagens gráficas”.

O material didático concreto, quando utilizado de modo adequado, tem um papel importante no processo de ensino e aprendizagem, pois o mesmo auxilia no ensino, provocando experiências individuais de aprendizagem e na construção de conceitos matemáticos. Além disso os materiais concretos fazem parte da tendência LEM (Laboratório de ensino de matemática), sendo uma ferramenta de grande valia para o professor, visto que

> O LEM permite que o licenciando entenda o aprendizado como uma conquista individual, [...]. Permite ainda que o licenciando tenha oportunidade de trabalho em grupo, onde ocorrem trocas tanto interindividuais como coletivas (TURRIONI, 2004, p.76).

O seu potencial é muito significativo para ser desprezado. Entretanto seu uso deve ser bem orientado. Pois se estes materiais forem utilizados de modo inadequado pelo professor, pode acarretar em resultados contrários do esperado. Como Ottesbach e Pavanello (2009, p.7) trazem que

> como a passagem das ações concretas para a elaboração dos conceitos não pode deixar de ser feita e com cautela, é importante que o professor faça a correlação entre os dois domínios envolvidos, o do material concreto utilizado e o das representações simbólico-abstratas para ter certeza de que o aluno compreendeu bem as relações entre os dois aspectos de ambos os domínios. Isto porque, se não houver esse cuidado, o trabalho com materiais manipulativos se reduz exclusivamente a uma ação motora. Motivo pelo qual é preciso observar atentamente e interferir para que o aluno faça as abstrações necessárias e esperadas.

Como os materiais concretos, as tecnologias são uma boa ferramenta de auxilio. Pois as mesmas trazem a visualização de regularidades matemáticas, até aprendizagem. BORBA E PENTEADO (2001) trazem que as novas mídias, colocam a visualização para o centro da aprendizagem matemática, as mídias e os softwares gráficos, permitem que o aluno consiga entender regularidades por meio da experimentação. A partir da imagem o indivíduo pode gerar representações do conceito trabalhado, e até mesmo manipula-las em sua mente.

Em especial o Geogebra vem ganhando forte espaço no ensino da matemática, pois o mesmo é um software de manuseio simples, quando comparado com outros softwares. Tanto para o professor como para o aluno, possuindo uma linguagem matemática simples. Este software é tomado por nós como ferramenta principal no conteúdo de funções, por apresentar uma representação gráfica, rápida, e flexível de mudanças quase instantâneas, as quais consumiria maior tempo quando feitas com outros recursos, como quadro e giz. Segundo Silveira e CABRITA

> O GeoGebra, software de cariz predominantemente construtivista, constitui, assim, um excelente recurso [..] pois possibilita ao aluno visualizar, explorar, conjecturar, validar, compreender e comunicar os conceitos geométricos de uma forma interativa e atrativa (SILVEIRA E CABRITA,2013, p.156).

Já os jogos, tem um forte potencial de ensino, pois o jogo incentiva o interesse e o desenvolvimento de habilidades matemáticas, tais como estratégia e raciocínio lógico. Sendo utilizado de forma adequada, não meramente pelo seu lado lúdico, mais sim como uma ferramenta de aprendizagem, há várias vantagens na utilização de jogos. Strapason afirma que,

> entre elas destacamos: a oportunidade para a aprendizagem ativa, ou seja, é o aluno o agente de sua própria aprendizagem; a motivação visual proporcionada pelos materiais manipuláveis, geralmente coloridos e diferenciados; a motivação proporcionada ao aluno pelo grau de chance de ganhar o jogo; a mudança de rotina da sala de aula, deixando de lado os exercícios com lápis e papel; a oportunidade que o aluno tem, durante os jogos, de manifestar suas dificuldades individuais de aprendizagem e receber auxílio de seus colegas de grupo e do professor; a promoção de raciocínios sem interrupções durante o tempo de cada jogada, propiciando uma aprendizagem mais continuada e a elevação da autoestima dos alunos que jogam através da interação social positiva, reduzindo o medo e a ansiedade para aprender Matemática (STRAPASON, 2011,p.28).

O poder do jogo é imensurável no contexto de aprendizagem da matemática, considerando que o ambiente de interação do aluno com a matemática e com os colegas, constituído de uma troca de conhecimento, é essencial para uma aprendizagem significativa.

Dessa forma, por meio das ferramentas descritas, nos propusemos a dar um novo significado à matemática na visão dos alunos. Para que assim a matemática pudesse se tornar menos abstrata, e mais atrativa, começando a manipulação do palpável para após irmos para o abstrato. Vislumbrando a possibilidade de que o discente investigue, discuta, e trabalhe em grupo para a construção da sua própria aprendizagem.

2.2 Cronograma

Encontro	Data	Conteúdo
1	28/04	Razões/proporções
2	05/05	Regras de três
3	12/05	Polinômios
4	19/05	Equações
15	09/06	Conjuntos Numéricos Introdução Funções
6	16/06	Função Afim
7	23/06	Função Quadrática
8	30/06	Geometria
9	07/07	Geometria
10	14/07	Geometria

2.3 Módulo 1 - Razão, Proporção, Regra de Três, Polinômios e Equações

PROMAT – 1º ENCONTRO

PLANO DE AULA- 28/04/2018

Público-Alvo:

Alunos do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas aulas.

Objetivo Geral:

Ao se trabalhar com razões e proporções, objetiva-se que os alunos possam entender os conceitos envolvendo Razão e proporção e possam resolver situações problema e situações cotidianas que envolvam esses conteúdos.

Objetivos Específicos:

- Reconhecer a existência de proporcionalidade em situações contextualizadas;
- Mobilizar os conhecimentos adquiridos para resolução de problemas que envolvam cálculos com razão e proporção;
- Compreender razão e proporção, permitindo identificar quando não se tem uma razão;
- Diferenciar a comparação entre as partes e a comparação da parte e o todo;
- Que o aluno seja capaz de entender e analisar informações contidas em gráficos.

Conteúdo: Razões e proporções.

Recursos Didáticos: quadro, giz, folha sulfite, projetor.

Encaminhamento metodológico

Daremos início ao primeiro encontro propondo uma dinâmica, que tem como objetivo fazer com que os alunos se apresentem, e que ao mesmo tempo possam trabalhar com equivalências. No decorrer do encontro os alunos trabalharão em grupos.

Dinâmica de apresentação

Faremos a apresentação dos alunos propondo um “dominó”. Os discentes serão dispostos em círculo na sala. Então será distribuída para cada aluno um cartão com dois elementos. O professor deve começar a dinâmica colocando o primeiro cartão na mesa e se apresentando, e assim, o aluno que tiver o cartão com um dos elementos equivalentes ao do cartão posto pelo professor, deve colocar seu cartão ao lado, e se apresentar para a sala, e assim, sucessivamente até que todos os alunos se apresentem.

Apresentação do projeto PROMAT

Neste momento explicaremos aos alunos que o PROMAT é um projeto oferecido pelos acadêmicos do curso de Matemática sob a orientação dos professores supervisores, para alunos do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino, que tem o intuito de retomar e aprimorar conteúdos ministrados em aulas de Matemática do Ensino Fundamental II e Ensino Médio. Assim, projetaremos o calendário do PROMAT com as datas dos encontros e seus respectivos conteúdos. Após será pedido para que os alunos formem grupos de 4 a cinco 5 alunos.

Introdução a razão

Pediremos para que todos os alunos preencham a tabela 1 em seus grupos, referente à inicial de seus sobrenomes e as dos demais colegas de grupo.

Atividade 1. Trabalhando com dados

Classe	**LETRA INICIAL DO SOBRENOME**	**QUANTIDADE**
1	A, B, C, D, E, F	
2	G, H, I, J, K, L, M	
3	N, O, P, Q, R, S, T	

4	U, V, X, W, Y, Z	

Tabela: Razão.
Fonte: Os autores.

Feito isso, proporemos que um representante de cada grupo vá ao quadro e preencha a tabela referente ao seu grupo. Discutiremos o que esses dados representam, levantando hipóteses como “há mais pessoas com iniciais da classe 1? ou com iniciais da classe 2?”, “quantas a mais/menos tem a classe 1 em relação a classe 2? Então isso significa que nessa sala a cada x pessoas com iniciais pertencente a classe 1 teremos quantas pessoas da classe 2?” E assim por diante.

Por intermédio dessa explanação, caracterizaremos a razão como uma comparação, entre as partes relacionadas, mostrando que esta comparação é feita sobre “objetos” de mesma grandeza, além de mostrar o que ela nos fornece, ou seja, a razão entre algo que está sendo comparado.

Fazendo-nos claros, definiremos formalmente no quadro que a razão entre dois números.

RAZÃO

Quando comparamos dois números através de uma divisão, o resultado obtido chama-se razão entre esses números.

Sendo *a* e *b* dois números racionais, com *b≠0*, denomina-se razão entre *a* e *b* o quociente *ab* ou *a : b.*

Ainda, explicaremos que a palavra RAZÃO vem de *ratio*, que em latim significa divisão. Daí vem, por exemplo, as palavras rateio (de um prêmio) e racional. Assim, o número racional é o que se pode representar por uma divisão de inteiros. Ser racional é “saber fazer divisões”. Feita a formalização, partiremos para alguns exercícios, que utilizam o conceito de razão, para que possamos esclarecer dúvidas persistentes.

Problemas

2) Está chegando o Enem, por isso Márcia decide planejar suas horas de estudo em relação com o tempo de descanso, para ter um desempenho mais eficiente. Para isso ela decidiu que a razão entre suas horas de estudo e as de descanso deve ser de 2 horas.

a) Colocando o plano de estudo em prática na segunda, ela começou estudando 3 horas sem parar. Segundo o seu planejamento feito, quantos minutos ela deverá descansar?

b) Na terça-feira Márcia descansou 4 horas e meia, quantos minutos ela deverá se dedicar aos estudos?

Durante o tempo de resolução dos alunos, passaremos nas carteiras, auxiliando nas dúvidas, e discutindo os métodos de resolução. Após, faremos uma plenária com os grupos, dando abertura para que os alunos coloquem suas resoluções. Faremos as anotações no quadro, de modo a deixar registrado. Feito isso, se houver alguma resolução equivocada, procuraremos esclarece-las.

3. (ENEM 2004) - Em quase todo o Brasil existem restaurantes em que o cliente, após se servir, pesa o prato de comida e paga o valor correspondente, registrado na nota pela balança. Em um restaurante desse tipo, o preço do quilo era R$ 12,80. Certa vez a funcionária digitou por engano na balança eletrônica o valor R$ 18,20 e só percebeu o erro algum tempo depois, quando vários clientes já estavam almoçando. Ela fez alguns cálculos e verificou que o erro seria corrigido se o valor incorreto indicado na nota dos clientes fosse multiplicado por?

4. (ENEM 2003)- Visando adotar um sistema de reutilização de água, uma indústria testou cinco sistemas com diferentes fluxos de entrada de água suja e fluxos de saída de água purificada.

	Sistema I	**Sistema II**	**Sistema III**	**Sistema IV**	**Sistema V**
Fluxo de entrada (água suja)	45 L/h	40 L/h	40 L/h	20 L/h	20 L/h
Fluxo de saída (água purificada)	15 L/h	10 L/h	5 L/h	10 L/h	5 L/h

Tabela: Fluxo de água.
Fonte: Os autores.

Supondo que o custo por litro de água purificada seja o mesmo, obtém-se maior eficiência na purificação por meio de qual sistema? E qual sistema é menos eficiente?

Com este exercício, objetiva-se que os alunos entendam que determinada "resposta" depende da comparação que está sendo realizada. Para obter qual sistema é mais eficiente, é necessário comparar o fluxo de água limpa com o fluxo de água suja, por outro lado, comparando o fluxo da água suja com o fluxo de água limpa se tem qual sistema é mais ineficiente.

5. (ENEM 2004) - As empresas querem a metade das pessoas trabalhando o dobro para produzir o triplo. (Revista Você S/A, 2004.)

Preocupado em otimizar seus ganhos, um empresário encomendou um estudo sobre a produtividade de seus funcionários nos últimos quatro anos, entendida por ele, de forma simplificada, como a relação direta entre seu lucro anual (L) e o número de operários envolvidos na produção (n). Do estudo, resultou o gráfico ao lado. Ao procurar, no gráfico, uma relação entre seu lucro, produtividade e número de operários. Em que ano ocorreu a maior produtividade? E o maior lucro?

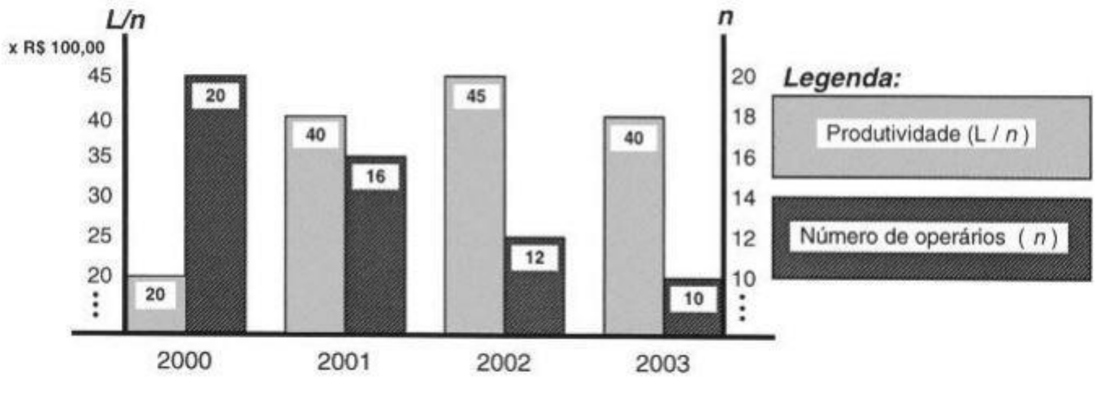


Figura: Gráfico empresa.
Fonte: http://www.matematica.com.br/files/2/Enem_-_2004_-_resolvida.pdf.

Razões com Nomes Especiais

Explicaremos as "razões com nomes especiais", as quais são mais utilizadas no dia a dia que são: velocidade média, escala de um mapa ou planta, densidade demográfica, fazendo sua representação no quadro. Deixando evidente seu uso, em exercícios que serão propostos, durante a aula.

Velocidade média: é a razão entre a distância percorrida por um corpo (carro, avião, etc.) e o tempo gasto para percorrer essa distância.

Escala: é a razão entre um comprimento no desenho e o correspondente comprimento real, expressos na mesma unidade.

Densidade demográfica: é a razão entre o número de habitantes de uma região e a área dessa região.

Introdução a Proporção

Discutiremos com os alunos o que eles entendem por proporção, e qual seria seu significado na matemática. De modo a conduzi-los a definição formal de proporção, deixando-a registrada.

Proporção As sentenças matemáticas que expressam uma igualdade entre duas razões são chamadas proporções. Ou seja, proporção é uma igualdade entre duas razões.

Quatro números não-nulos a, b, c e d formam, nessa ordem, uma proporção quando ab=cd. Lê-se: "a está para b assim como *c* está para *d*" ou então, "a e b são proporcionais a c e d".

Problemas

6. Para cada 2 automóveis que vende, Carlos ganha R$ 2000,00 de comissão. Quanto ele recebeu de comissão no mês que vendeu 15 automóveis?

7. (ENEM 2001) - Um engenheiro, para calcular a área de uma cidade, copiou sua planta numa folha de papel de boa qualidade, recortou e pesou numa balança de precisão, obtendo 40 g. Em seguida, recortou, do mesmo desenho, uma praça de dimensões reais 100m x 100m, pesou o recorte na mesma balança e obteve 0,08g.

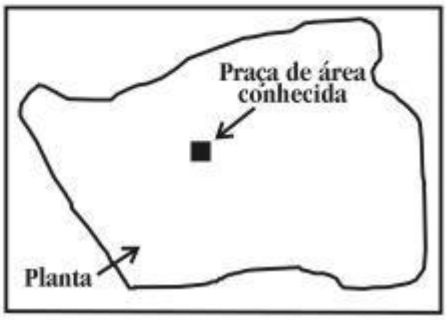


Fig: Problema 7,
Fonte: http://blog.cpbedu.me/meyrehellen

Com esses dados foi possível dizer que a área da cidade, em metros quadrados é?

Problemas

8. (ENEM 2009) – O mapa abaixo representa um bairro de determinada cidade, no qual as flechas indicam o sentido das mãos do tráfego. Sabe-se que esse bairro foi planejado e que cada quadra representada na figura é um terreno quadrado, de lado igual a 200 metros.

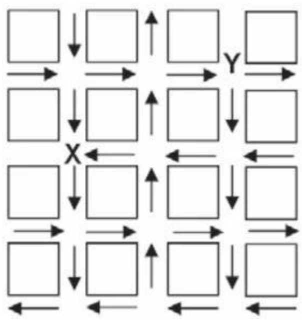


Fig: Problema 8,
Fonte: www.educacao.globo.com/provas/enem-2009/questoes/137.html.

Desconsiderando-se a largura das ruas, qual seria o menor tempo, em minutos, que um ônibus, em velocidade constante e igual a 40 km/h, partindo do ponto X, demoraria para chegar até o ponto Y?

9. (ENEM 2009) - A figura a seguir mostra as medidas reais de uma aeronave que será fabricada para utilização por companhias de transporte aéreo. Um engenheiro precisa fazer o desenho desse avião em escala de 1:150.

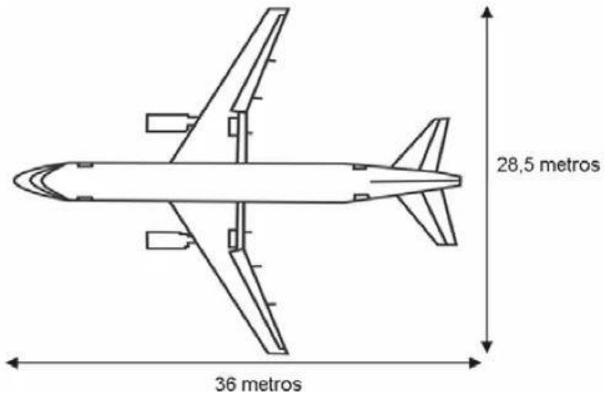


Figura: Problema 9.
Fonte: http://educacao.globo.com/provas/enem-2009/questoes/158.html.

Para o engenheiro fazer esse desenho em uma folha de papel, deixando uma margem de 1 cm em relação as bordas da folha, quais as dimensões mínimas, em centímetros, que essa folha deverá ter?

10. (ENEM 2017) - Pneus usados geralmente são descartados de forma inadequada, favorecendo a proliferação de insetos e roedores e provocando sérios problemas de saúde pública. Estima-se que no Brasil, a cada ano, sejam descartados 20 milhões de pneus usados. Como uma alternativa para dar uma destinação final a estes pneus, a Petrobrás, em sua unidade de São Matheus do Sul, no Paraná, desenvolveu um processo de obtenção de combustível a partir da mistura dos pneus com xisto. Esse procedimento permite a partir de 1 tonelada de pneu, um rendimento de cerca de 530 Kg de óleo. Considerando que uma tonelada corresponde em média a 200 pneus, se todos os pneus descartados anualmente fossem utilizados no processo de obtenção de combustível pela mistura com xisto, seriam então produzidas:

11. (ENEM 2011) - Sabe-se que a distância real, em linha reta, de uma cidade A, localizada no estado de São Paulo, a uma cidade B, localizada no estado de

Alagoas, é igual a 2000 km. Um estudante, ao analisar um mapa, verificou com sua régua que a distância entre essas duas cidades, A e B, era 8 cm.
Os dados nos indicam que o mapa observado pelo estudante está em qual escala?

Avaliação: A avaliação ocorrerá pela participação e registro dos alunos nas resoluções dos exercícios propostos, bem como na hora que for feita a explanação.

MATERIAL DO ALUNO- 1° Encontro.

NOME:	DATA:___/___/2018.

Projeto PROMAT-2018. Universidade Estadual do Oeste do Paraná –UNIOESTE.

Caro aluno este será seu material, aproveite-o da melhor forma possível. Bons estudos!

1.Preencha a tabela de acordo com os dados dos alunos da sala.

CLASSE	LETRA INICAL DO SOBRENOME	QUANTIDADE DE ALUNO
1	A, B, C, D, E, F	
2	G, H, I, J, K, L, M	
3	N, O, P, Q, R, S, T	
4	U, V, X, W, Y, Z	

RAZÃO

Quando comparamos dois números através de uma divisão, o resultado obtido chama-se razão entre esses números.

Sendo *a* e *b* dois números racionais, com *b≠0*, denomina-se razão entre *a* e *b* o quociente *ab* ou *a : b.*

2) Está chegando o Enem, por isso Márcia decide planejar suas horas de estudo em relação com o tempo de descanso, para ter um desempenho mais eficiente. Para isso ela decidiu que a razão entre suas horas de estudo e as de descanso deve ser de 2 horas.

a) Colocando o plano de estudo em prática na segunda, ela começou estudando 3 horas sem parar. Segundo o seu planejamento feito, quantos minutos ela deverá descansar?

b) Na terça-feira Márcia descansou 4 horas e meia, quantos minutos ela deverá se dedicar aos estudos?

3. (ENEM 2004) - Em quase todo o Brasil existem restaurantes em que o cliente, após se servir, pesa o prato de comida e paga o valor correspondente, registrado na nota pela balança. Em um restaurante desse tipo, o preço do quilo era R$ 12,80. Certa vez a funcionária digitou por engano na balança eletrônica o valor R$ 18,20 e só percebeu o erro algum tempo depois, quando vários clientes já estavam almoçando. Ela fez alguns cálculos e verificou que o erro seria corrigido se o valor incorreto indicado na nota dos clientes fosse multiplicado por?

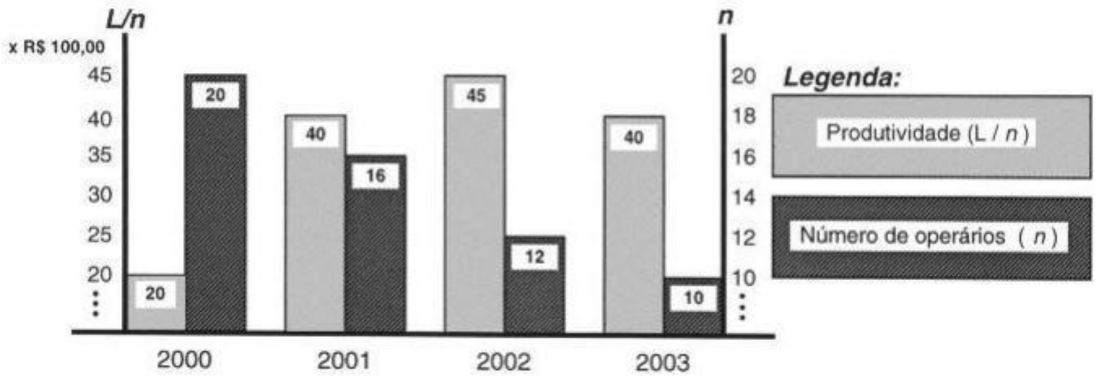
4. (ENEM 2003) - Visando adotar um sistema de reutilização de água, uma indústria testou cinco sistemas com diferentes fluxos de entrada de água suja e fluxos de saída de água purificada.

	Sistema I	**Sistema II**	**Sistema III**	**Sistema IV**	**Sistema V**
Fluxo de entrada (água suja)	45 L/h	40 L/h	40 L/h	20 L/h	20 L/h
Fluxo de saída (água purificada)	15 L/h	10 L/h	5 L/h	10 L/h	5 L/h

5. (ENEM 2004) - As empresas querem a metade das pessoas trabalhando o dobro para produzir o triplo.

Revista Você S/A, 2004.

Preocupado em otimizar seus ganhos, um empresário encomendou um estudo sobre a produtividade de seus funcionários nos últimos quatro anos, entendida por ele, de forma simplificada, como a relação direta entre seu lucro anual (L) e o número de operários envolvidos na produção (n). Do estudo, resultou o gráfico ao lado. Ao procurar, no gráfico, uma relação entre seu lucro, produtividade e número de operários. Em que ano ocorreu a maior produtividade? E o maior lucro?



Razões com Nomes Especiais

Velocidade média: é a razão entre a distância percorrida por um corpo (carro, avião, etc.) e o tempo gasto para percorrer essa distância.

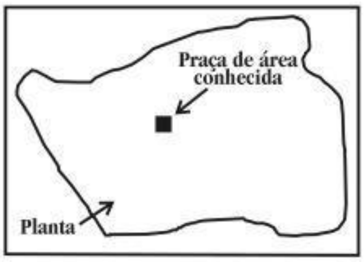
Escala: é a razão entre um comprimento no desenho e o correspondente comprimento real, expressos na mesma unidade.

Densidade demográfica: é a razão entre o número de habitantes de uma região e a área dessa região.

Proporção As sentenças matemáticas que expressam uma igualdade entre duas razões são chamadas proporções. Ou seja, proporção é uma igualdade entre duas razões.
Quatro números não-nulos a, b, c e d formam, nessa ordem, uma proporção quando ab=cd. Lê-se: “a está para b assim como *c* está para *d*” ou então, “a e b são proporcionais a c e d”.

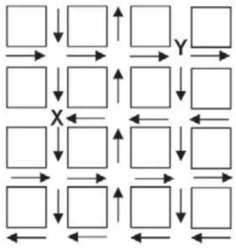
6. Para cada 2 automóveis que vende, Carlos ganha R$ 2000,00 de comissão. Quanto ele recebeu de comissão no mês que vendeu 15 automóveis?

7. (ENEM 2001) - Um engenheiro, para calcular a área de uma cidade, copiou sua planta numa folha de papel de boa qualidade, recortou e pesou numa balança de precisão, obtendo 40 g. Em seguida, recortou, do mesmo desenho, uma praça de dimensões reais 100m x 100m, pesou o recorte na mesma balança e obteve 0,08g.



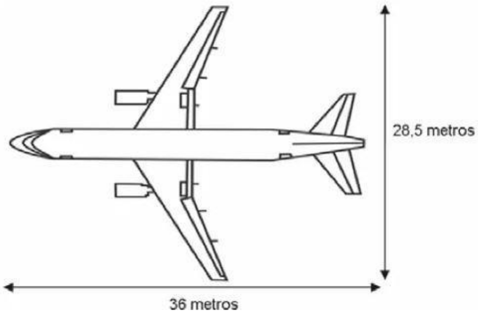
Com esses dados foi possível dizer que a área da cidade, em metros quadrados é?

8. (ENEM 2009) - O mapa abaixo representa um bairro de determinada cidade, no qual as flechas indicam o sentido das mãos do tráfego. Sabe-se que esse bairro foi planejado e que cada quadra representada na figura é um terreno quadrado, de lado igual a 200 metros.



Desconsiderando-se a largura das ruas, qual seria o menor tempo, em minutos, que um ônibus, em velocidade constante e igual a 40 km/h, partindo do ponto X, demoraria para chegar até o ponto Y?

9. (ENEM 2009) - A figura a seguir mostra as medidas reais de uma aeronave que será fabricada para utilização por companhias de transporte aéreo. Um engenheiro precisa fazer o desenho desse avião em escala de 1:150.



Para o engenheiro fazer esse desenho em uma folha de papel, deixando uma margem de 1 cm em relação as bordas da folha, quais as dimensões mínimas, em centímetros, que essa folha deverá ter?

10. (ENEM 2017) - Pneus usados geralmente são descartados de forma inadequada, favorecendo a proliferação de insetos e roedores e provocando sérios problemas de saúde pública. Estima-se que no Brasil, a cada ano, sejam descartados 20 milhões de pneus usados. Como uma alternativa para dar uma destinação final a estes pneus, a Petrobrás, em sua unidade de São Matheus do Sul, no Paraná, desenvolveu um processo de obtenção de combustível a partir da mistura dos pneus com xisto. Esse procedimento permite a partir de 1 tonelada de pneu, um rendimento de cerca de 530 Kg de óleo. Considerando que uma tonelada corresponde em média a 200 pneus, se todos os pneus descartados anualmente fossem utilizados no processo de obtenção de combustível pela mistura com xisto, seriam então produzidas:

11. (ENEM 2011) - Sabe-se que a distância real, em linha reta, de uma cidade A, localizada no estado de São Paulo, a uma cidade B, localizada no estado de Alagoas, é igual a 2000 km. Um estudante, ao analisar um mapa, verificou com sua régua que a distância entre essas duas cidades, A e B, era 8 cm. Os dados indicam que o mapa observado estava em qual escala?

Relato descritivo- reflexivo

O primeiro encontro do Promat ocorreu no dia 28 de abril, estando presentes na sala um total de 37 alunos, distribuídos conforme afinidades com os colegas. Para darmos início ao encontro, começamos propondo uma dinâmica de apresentação, sendo distribuído um cartão para cada aluno. A professora Mariana deu início a dinâmica, colocando a primeira peça e se apresentando, seguida pela professora Veruska e pelo professor Ronny.

O Professor pediu para o “PI” se apresentar, e assim ocorreu até a última pessoa presente na sala se apresentar. Observamos que os discentes têm dificuldades com frações equivalentes, por exemplo o aluno 1 pediu para que o 2/3 se apresentasse, a sua equivalência era uma figura dividida em três partes, sendo pintada duas, mas, o aluno que estava com esse cartão, não compreendeu que ele significava 2/3. Então, auxiliamos os alunos a visualizar as equivalências.

A professora Veruska explicou como funcionaria o Promat, as datas dos nossos encontros e o conteúdo que seria ministrado em cada aula. Então foi pedido para que os alunos se separassem em grupos de quatro a cinco pessoas, sendo entregue a primeira atividade, que consistia em preencher a tabela 1 com a inicial dos sobrenomes dos alunos. Após, os discentes foram ao quadro preencher uma tabela com os resultados obtidos em seus grupos.

Foi realizado uma explanação com os alunos, sobre qual classe tinha mais alunos, qual classe tinha menos alunos e além disso, foram questionados sobre outra forma que poderiam comparar as classes da tabela, mas, os alunos sentiram dificuldades nesse momento, então foi explicado que se poderia utilizar da razão entre as classes para fazer uma comparação, e qual era seu significado. Sendo assim, definido formalmente Razão. Entregamos a primeira folha do material do aluno e, pedimos para que os discentes resolvessem os dois primeiros problemas.

Percebemos a dificuldade dos alunos em interpretar enunciados de problemas e de perceber que a razão do problema 2, sempre era constante. Já no problema 3, alguns alunos sentiram dificuldades em visualizar que sua resolução se dava por meio de uma razão. Por outro lado, alguns grupos foram rápidos em suas resoluções. Em geral os alunos têm dificuldades em contas básicas como divisão e conversões.

O professor Ronny fez a correção do Problema 3, o qual os alunos mostraram mais dificuldades, sendo explicado como deveria ser feita a comparação, além de fazer uma “prova real” mostrando que se o preço errado fosse multiplicado pela razão obtida, voltava-se para o preço normal. Na sequência, os alunos foram liberados para o intervalo.

Após o intervalo, a professora Veruska questionou os alunos se eles conseguiam pensar em razões que fossem utilizadas com constância no dia-a-dia, razões com nomes especiais. Sendo assim, explicamos as razões: densidade demográfica, velocidade média e escala, deixando registrado no quadro sua representação genérica. Ainda o professor Ronny pediu para os alunos o que eles entendem por proporção e se podiam dar algum exemplo, alguns alunos disseram que o volume é uma proporção, o professor disse que também é, e mostrou que os Gigas de internet é uma proporcionalidade, utilizando desse exemplo para definir proporcionalidade.

Então foi entregue os problemas para os discentes resolverem. Passamos nos grupos auxiliando-os nas resoluções e tirando suas dúvidas. Chamou atenção, a dificuldade dos alunos em interpretar os dados presentes no gráfico, como a dificuldade foi geral, a professora Veruska foi ao quadro explicar as informações contidas no gráfico do exercício 5. Mesmo assim, um grupo estava resolvendo o problema mecanicamente, não se dando conta que já era dada a informação da produtividade, não precisando ser calculada, então, foi interpretada novamente com o grupo as informações contidas no gráfico.

Pudemos perceber que a dificuldade maior dos alunos estava na base da matemática (divisão, multiplicação) e não no conceito de proporcionalidade, sendo assim, utilizado parte do tempo da resolução desses exercícios em explicações de como fazer uma divisão.

Para finalizar a aula, observando que a maior dificuldade dos alunos estava na questão 8, que segundo os alunos era confusa, a professora Mariana foi ao quadro para explicar sua resolução, sendo enfatizado que estava fazendo uso da razão velocidade média, bem como poderia ser feita a conversão de metros para quilômetros.

Nos despedimos dos alunos, colocando que na próxima aula seria feita mais algumas resoluções dos exercícios propostos aos alunos, e caso alguém quisesse tirar alguma dúvida sobre os exercícios proposto na sala ou o conteúdo, poderiam pedir no grupo do Promat.

.

PROMAT – 2º ENCONTRO

PLANO DE AULA - 05/05/2018

Público-Alvo:

Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas aulas.

Objetivo Geral:

Objetiva-se mostrar de forma clara como reconhecer grandezas proporcionais e inversamente proporcionais e as formas de representá-las.

Objetivos Específicos:

- Retomar o conteúdo apresentado em encontro anterior;
- Reconhecer grandezas diretamente, inversamente proporcionais e representá-las graficamente;
- Apresentar de forma clara o significado e conceito de porcentagem;
- Que os alunos saibam fazer uso da porcentagem ou reconhecê-la em situações problemas.

Conteúdo: Grandezas Proporcionais, Grandezas inversamente proporcionais, Proporcionalidade (regra de três), Porcentagem.

Recursos Didáticos: quadro, giz, folha sulfite, projetor, cartelas.

Encaminhamento metodológico

Grandezas diretamente proporcionais

Iniciaremos introduzindo grandezas proporcionais por meio do seguinte questionamento: “Quem pode dar um exemplo de duas grandezas que variam do mesmo modo?” Esse questionamento tem como objetivo trazer à tona o conceito de grandezas diretamente proporcionais conhecidas no cotidiano de nossos alunos.

Assim que os alunos apresentarem um exemplo adequado ao nosso objetivo, faremos o registro por meio de uma tabela, a qual iremos completando com auxílio dos mesmos, enfatizando que conforme uma grandeza “x” aumenta, a grandeza “y” também aumenta na mesma razão.

Após, faremos a organização destes valores em uma representação no plano cartesiano, objetivando mostrar de forma clara a proporcionalidade das duas grandezas.

Grandezas inversamente proporcionais

Para caracterizarmos as grandezas inversamente proporcionais, colocaremos o Problema 1 no quadro. Em seguida questionaremos se as grandezas envolvidas são diretamente proporcionais. Conforme as respostas, faremos a representação dos dados em uma tabela de forma a conduzi-los ao conceito desejado.

Repetiremos o processo da representação gráfica, utilizando o mesmo plano cartesiano para mostrar a diferença entre a proporcionalidade anterior.

Problema 1: Um carro que se desloca em velocidade de 80 km de uma cidade a outra. O que acontece com o tempo de percurso se a velocidade aumenta?

Proporcionalidade (Regra de três)

Neste momento daremos o problema 2 que é um exercício de proporcionalidade direta. Os alunos terão o auxílio dos professores, objetivando que todos os grupos possam completar a tarefa.

2. (ENEM 2012) - Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisava dar a seu filho. Na bula, recomendava-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas.
Se a mãe ministrou corretamente 30 gotas do remédio a seu filho a cada 8 horas, então a massa corporal dele é de?

Em seguida, distribuímos um segundo problema, agora porém, de proporcionalidade inversa.

3. Um certo volume de medicação demora 6 horas para ser ministrado em um gotejamento de 12 gotas por minuto. Se o número de gotas por minuto fosse de 18 gotas, quanto tempo teria demorado a aplicação desta mesma medicação?

Com base nas atividades acima trabalhadas, formalizaremos o conceito de grandezas diretamente e inversamente proporcionais e explanaremos sobre os passos a serem realizados para sua resolução.

Diretamente proporcional

Duas grandezas são diretamente proporcionais quando o aumento (ou diminuição) de uma corresponde ao aumento (ou diminuição) da outra, na mesma razão.

Inversamente proporcional

Duas grandezas são inversamente proporcionais quando ao aumento (ou diminuição) de uma corresponde uma diminuição (ou aumento) da outra, na razão inversa.

Passos para resolução de exercícios envolvendo proporcionalidade (regra de três):

1.Agrupar as grandezas da mesma espécie em colunas, mantendo na mesma linha as grandezas de espécies diferentes em correspondência, observando se as grandezas estão expressas na mesma unidade, se necessário efetuar as transformações.

2.Identificar se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais.

3.Montar a proporção e resolver.

Observação: Em muitas situações do dia-a-dia, lidamos com problemas que envolvem duas grandezas proporcionais, nos quais são conhecidos três dos quatro valores da proporção que relaciona essas grandezas. Por isso, os problemas em que precisamos determinar o quarto valor dessa proporção são chamados de regra de três simples.

Curiosidade: Provavelmente, a regra de três surgiu na China. Durante séculos essa regra era enunciada mecanicamente pelos mercadores. Seus vínculos com as proporções só foram reconhecidos no fim do século XIV.

Porcentagem

Definiremos formalmente porcentagem.

Definição:

Porcentagem
A porcentagem é uma razão cujo o denominador é igual a 100.

Porcentagens são chamadas, também de razão centesimal ou de percentual. As porcentagens costumam ser indicadas pelo símbolo “%”, lê-se “por cento”.

Podemos representar uma fração das seguintes formas:

$$6\% = 6/100 = 0{,}06$$

Observe que as três representações são equivalentes.

Problema envolvendo porcentagem

3. (ENEM 2013)- Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras.
Um cliente deseja comprar um produto que custava R$50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja. Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de?

Orientaremos aos alunos que resolvam os problemas (material do aluno). Colocando-nos à disposição para dúvidas, durante a resolução.

Bingo

O jogo Bingo da regra de três terá seu funcionamento idêntico ao bingo tradicional. Um dos professores, fará o sorteio do número de um problema, o professor irá ler o problema para os alunos. Os alunos deverão registrar em uma folha a resolução, e marcar em sua cartela (caso esteja presente na cartela) o valor resultante do problema.

A primeira linha completada (coluna ou diagonal) pelo aluno receberá um prêmio. Será repetido o processo dito no parágrafo anterior, até que uma dupla complete sua cartela, e esta dupla será a ganhadora e receberá a premiação. Ao final do jogo iremos recolher as resoluções dos alunos para que façamos a correção e verifiquemos os erros dos mesmos.

Avaliação: A avaliação será feita, por meio da correção das resoluções das questões do bingo.

Relato descritivo- Reflexivo- 2º Encontro

O segundo encontro do Promat ocorreu no dia 05 de maio, distribuídos em grupos de no máximo 4 integrantes, conforme afinidades com os colegas. Iniciamos introduzindo grandezas diretamente proporcionais por meio do seguinte questionamento: “Quem pode dar um exemplo de duas grandezas que variam do mesmo modo?”

Alguns alunos apresentaram exemplos adequados ao que estávamos pedindo, a professora Veruska falou sobre eles aproveitando para montar a tabela enfatizando que conforme uma grandeza “x” aumenta, a grandeza “y” também aumenta na mesma razão. Logo a seguir o professor Ronny organizou estes valores em uma representação no plano cartesiano, objetivando mostrar de forma clara a proporcionalidade das duas grandezas.

Para a abordagem das grandezas inversamente proporcionais, colocamos o Problema 1 no quadro. Em seguida questionamos os alunos se as grandezas envolvidas são diretamente proporcionais. Conforme as respostas obtidas, fizemos a representação dos dados em uma tabela de forma a conduzi-los ao conceito desejado.

Repetimos o processo da representação gráfica, utilizando o mesmo plano cartesiano para mostrar a diferença entre a proporcionalidade anterior. Percebemos que os alguns alunos têm grandes dificuldades de interpretar as informações quando colocadas no gráfico (plano cartesiano).

Neste momento passamos o problema 2 que é um exercício de proporcionalidade direta. Os alunos tiveram o auxílio dos professores, para efetuarem essa resolução, pois alguns grupos tiveram dificuldades em resolver este problema.

Logo após este momento a professora Veruska falou sobre as grandezas inversamente proporcionais citando alguns exemplos do cotidiano para que os alunos percebessem as diferenças entre as grandezas. Também foi apresentado algumas dicas para que eles pudessem se organizar e resolver os exercícios identificando assim quais grandezas estão envolvidas.

Por meio de um exemplo agrupamos as grandezas da mesma espécie em colunas, mantendo na mesma linha as grandezas de espécies diferentes em correspondência, observando se as grandezas estão expressas na mesma unidade (se necessário efetuar as transformações), além de identificar se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais.

Neste momento percebemos que os alunos não tinham clareza de Regra de Três, pedimos então que os alunos resolvessem mais alguns exercícios. Fomos tirando dúvidas nos grupos, mas mesmo assim percebemos que alguns alunos apresentaram grandes dificuldades nas resoluções. Dessa forma fomos ao quadro e resolvemos todos os exercícios pedindo aos alunos que acompanhassem essas resoluções para sanarem suas dúvidas.

Após o intervalo introduzimos o conceito de porcentagem, explicando aos alunos que a porcentagem é uma razão cujo o denominador é igual a 100. Fizemos alguns exercícios utilizando a porcentagem, e ao circular pelos grupos observamos que a grande maioria já havia terminado as atividades. Pedimos se alguém poderia se dispor a ir ao quadro resolver, a princípio eles ficaram envergonhados e não queriam ir, mas depois um aluno foi e resolveu o exercício proposto no quadro.

Após a resolução desta atividade, distribuímos as folhas referentes ao Bingo. Explicamos como iria funcionar. O jogo Bingo da regra de três terá seu funcionamento idêntico ao bingo tradicional. Um dos professores, fez o sorteio do número de um problema, e o professor leu o problema para os alunos. Os alunos registraram em uma folha a resolução, e marcaram em sua cartela (caso esteja presente na cartela) o valor resultante do problema.

A primeira linha completada (coluna ou diagonal) pelo aluno foi bonificado com um prêmio. Foi repetido o processo dito, entretanto nem uma dupla completou sua cartela. Ao final do jogo recolhemos as resoluções de alguns alunos que estavam ainda presentes para que pudéssemos fazer a correção.

MATERIAL DO ALUNO

NOME:	**DATA:___/___/2018.**

Projeto PROMAT-2018. Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE

Diretamente proporcional
Duas grandezas são diretamente proporcionais quando o aumento (ou diminuição) de uma corresponde ao aumento (ou diminuição) da outra, na mesma razão.

Inversamente proporcional
Duas grandezas são inversamente proporcionais quando ao aumento (ou diminuição) de uma corresponde uma diminuição (ou aumento) da outra, na razão inversa.

Passos para resolução de exercícios envolvendo proporcionalidade (regra de três):

1. Agrupar as grandezas da mesma espécie em colunas, mantendo na mesma linha as grandezas de espécies diferentes em correspondência, observando se as grandezas estão expressas na mesma unidade, se necessário efetuar as transformações.

2. Identificar se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais.

3. Montar a proporção e resolver.

Observação: Em muitas situações do dia-a-dia, lidamos com problemas que envolvem duas grandezas proporcionais, nos quais são conhecidos três dos quatro valores da proporção que relaciona essas grandezas. Por isso, os problemas em que precisamos determinar o quarto valor dessa proporção são chamados de regra de três simples.

Curiosidade: Provavelmente, a regra de três surgiu na China. Durante séculos essa regra era enunciada mecanicamente pelos mercadores. Seus vínculos com as proporções só foram reconhecidos no fim do século XIV.

1. (ENEM 2012) - Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisava dar a seu filho. Na bula, recomendava-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas. Se a mãe ministrou corretamente 30 gotas do remédio a seu filho a cada 8 horas, então a massa corporal dele é de?

2. Um certo volume de medicação demora 6 horas para ser ministrado em um gotejamento de 12 gotas por minuto. Se o número de gotas por minuto fosse de 18 gotas, quanto tempo teria demorado a aplicação desta mesma medicação?

Porcentagem

A porcentagem é uma razão cujo denominador é igual a 100.

Porcentagens são chamadas, também de razão centesimal ou de percentual. As porcentagens costumam ser indicadas pelo símbolo “%”, lê-se “por cento”.

Podemos representar uma fração dessas três formas:

6% = 6/100 = 0,06.

Observe que as três representações são equivalentes.

3. (ENEM 2013) - Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras.

Um cliente deseja comprar um produto que custava R$50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja. Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de?

Anexo

Problemas bingo:

1 – Uma roda dá 80 voltas em 20 minutos. Quantas voltas dará em 28 minutos?

2 – Com 8 eletricistas podemos fazer a instalação de uma casa em 3 dias. Quantos dias levarão 6 eletricistas para fazer o mesmo trabalho?

3 – Com 6 pedreiros podemos construir uma parede em 8 dias. Quantos dias gastarão 3 pedreiros para fazer a mesma parede?

4 – Uma fábrica engarrafa 3000 refrigerantes em 6 horas. Quantas horas levará para engarrafar 4000 refrigerantes?

5 – João comprou uma TV e resolveu pagar à prazo, pois não podia pagar à vista. Sabendo que o valor à vista é de R$ 1500,00 e que o valor total à prazo é 15% maior que o valor à vista, responda: Quanto João vai pagar no total?

6 – Trinta operários constroem uma casa em 120 dias. Em quantos dias quarenta operários construiriam essa casa?

7 – Uma torneira despeja em um tanque 50 litros de água em 20 minutos. Quantas horas levará para despejar 600 litros?

8 – Na construção de uma escola foram gastos 15 caminhões de 4 metros cúbicos de areia. Quantos caminhões de 6 metros cúbicos de areia seriam necessários para fazer o mesmo trabalho?

9 – Com 14 litros de tinta podemos pintar uma parede de 35 metros quadrados. Quantos litros são necessários para pintar uma parede de 15 metros quadrados?

10 – Para se obterem 28kg de farinha, são necessários 40kg de trigo. Quantos quilogramas do mesmo trigo são necessários para se obterem 7kg de farinha?

11 – Um ônibus, a uma velocidade média de 60 km/h, fez um percurso em 4 horas. Quanto levará, aumentando a velocidade média para 80 km/h?

12 – Maria comprou um vestido à vista para ganhar um desconto de 5% no valor original dele. Se o vestido custa R$ 60,00, quanto Maria pagou?

13 – Uma máquina produz 100 peças em 25 minutos. Quantas peças produzirá em 1 hora?

14– João recebe mensalmente um salário correspondente a R$ 824,00 e gasta 25% do total de seu salário em alimentação. Nessas condições, João gasta em alimentação o equivalente a?

15– Um automóvel faz um percurso de 5 horas à velocidade média de 60 km/h. Se a velocidade fosse de 75 km/h, quantas horas gastaria para fazer o mesmo percurso?

16– Uma máquina fabrica 5000 alfinetes em 2 horas. Quantos alfinetes ela fabricará em 7 horas?

17– Quatro quilogramas de um produto químico custam R$24,00. Quantos custarão 7,2 kg desse mesmo produto?

18 – Oito operários fazem uma casa em 30 dias. Quantos dias gastarão 12 operários para fazer a mesma casa?

19 – Uma torneira despeja 2700 litros de água em 1 hora e meia. Quantos litros despeja em 14 minutos?

20 – Quinze homens fazem um trabalho em 10 dias. Desejando-se fazer o mesmo trabalho em 6 dias, quantos homens serão necessários?

21– Um ônibus, à velocidade de 90 km/h, fez um percurso em 4 horas. Quanto tempo levaria se aumentasse a velocidade para 120 km/h?

22 – Num livro de 270 páginas, há 40 linhas em cada página. Se houvesse 30 linhas, qual seria o número de páginas desse livro?

23 – Um automóvel consome, em média, 8 litros de álcool num trecho de 72 km. O consumo desse automóvel em 126 km será de?

24 – Uma torneira despeja 15 litros de água por minuto. Para encher um tanque de 1800 litros, ela leva quanto tempo?

25 – Em um laboratório farmacêutico, são produzidas 400 caixas de medicamentos analgésicos, sendo que 172 são antitérmicos. A porcentagem equivalente aos medicamentos que somente são analgésicos corresponde a?

26 – Uma torneira enche uma caixa em 12 horas. Três torneiras juntas, para encher a mesma caixa, levarão quanto tempo?

27 – Um quilo de algodão custa R$ 50,00. Um pacote de 40 gramas do mesmo algodão custa?

28 – Uma roda dá 2000 voltas em 25 minutos. Em 13 minutos dará quantas voltas?

29 – Um livro de 153 páginas tem 40 linhas por página. Se houvesse 45 linhas por página, qual seria o número de páginas desse livro?

30 – Um carro consumiu 50 litros de álcool para percorrer 600 km. Supondo condições equivalentes, esse mesmo carro, para percorrer 840 km, consumirá?

31 – Uma varredeira limpa uma área de 5100 metros quadrados em 3 horas de trabalho. Nas mesmas condições, em quanto tempo limpará uma área de 11900 metros quadrados?

32 – Uma família de 6 pessoas consome em 2 dias 3 kg de pão. Quantos quilos serão necessários para alimentá-la durante 5 dias?

33 – Para asfaltar 1 km de estrada, 30 homens gastaram 12 dias trabalhando 8 horas por dia. Vinte homens, para asfaltar o mesmo quilômetro, trabalhando 8 horas por dia gastarão quantos dias?

34 – Noemi esqueceu de pagar em dia a conta de água de sua casa no mês passado no valor de R$ 120,00R$ 120,00. No entanto, esse mês veio a cobrança de uma multa de R$ 15,00R$ 15,00. A quantos por cento do valor da conta vencida corresponde a multa?

35 – Um terreno foi destinado à construção de uma grande praça, sendo que uma quadra de esportes de 200 m^2 ocupa 20% da área do terreno. Qual é a área total do terreno?

36 – Da população total de um determinado país, 32% são mulheres. Sabe-se que 50% das mulheres ocupam algum cargo político. Em relação à população total, qual a porcentagem de mulheres que ocupam algum cargo político?

37 – Robson comprou um automóvel usado por R$ 10 000,00. Alguns meses depois, vendeu esse carro para Iuri com 20% de lucro. Depois de algum tempo, Iuri vendeu o mesmo carro para Francisco com 20% de prejuízo. Por quanto Iuri vendeu o carro?

38 – Do meu salário R$ 1.200,00 tive um desconto total de R$ 480,00. Este desconto equivale a quantos por cento do meu salário?

39 – Meu carro alcança uma velocidade máxima de 160 km/h. O carro de meu pai atinge até 200 km/h. A velocidade do carro do meu pai é quanto por cento mais veloz que o meu?

40 – Dos 28 bombons que estavam na minha gaveta, já comi 75%. Quantos bombons ainda me restam?

41 – Um guarda-roupa foi comprado a prazo, pagando-se R$ 2.204,00 pelo mesmo. Sabe-se que foi obtido um desconto de 5% sobre o preço de etiqueta. Se a compra

tivesse sido à vista, o guarda-roupa teria saído por R$ 1.972,00. Neste caso, qual teria sido o desconto obtido?

42 – No início de janeiro de um determinado ano, uma família decidiu economizar para as férias de julho daquele ano, guardando uma quantia por mês. Eles decidiram que, em janeiro, guardariam R$ 300,00 e, a partir de fevereiro, guardariam, a cada mês, 20% a mais do que no mês anterior.
Qual foi o total economizado (em real) no total até o terceiro mês?

43 – Na sala de aula, a professora descobriu que 40% dos alunos são corintianos, 30% torcem paro o São Paulo, 20% são palmeirenses, 10% torcem pro Santos e o resto não gosta de futebol. Sabendo que existem 40 alunos na sala, quantos torcem para o São Paulo?

Apêndice

Cartelas bingo

4	**57%**	**1092**	**14**	**25**	**7**	**25**	**24%**
24%	**16/4**	**1000**	**1725**	**240**	**90**	**1092**	**8**
70	**43,2**	**16**	**17500**	**4**	**17.500**	**136**	**2,25**
112	**7**	**43,2**	**206**	**10**	**15/100**	**1725**	**16**
20	**70**	**10**	**136**	**14**	**40/100**	**4**	**16%**
40%	**2,25**	**4**	**8**	**206**	**10**	**420**	**7**
43,2	**24%**	**17500**	**24/100**	**17500**	**16/100**	**360**	**25**
360	**12**	**1000**	**25**	**112**	**8**	**43,2**	**24%**

24%	1000	1092	136	4	136	206	1000
25	8	120	240	1092	57%	10	112
4	16%	16	7	43,2	400	16	360
206	17500	40%	16/100	8	360	24%	17500
7	4	1000	112	1092	112	8	57/100
12	24%	25	20/100	57%	7	16	136
360	70	17500	10	25	24%	206	1725
2,25	400	20%	43,2	14	360	136	4
1092	17500	206	240	7,5	400	206	16/100
360	400	43,2	1725	40%	2,25	16	16%
25	10	8	24%	240	136	70	7
16	16%	6	4	4	25	24%	1092
1750	18	57/100	24%	3	8	40%	1725
206	7,5	120	1725	10	2	2,25	24%
43,2	2,25	420	2	112	43,2	120	136
8	136	24/100	90	4	1092	14	240
24%	12,50%	12	17500	120	17500	40%	8
20	100	136	4	2,25	6	15/100	1725

57%	70	2,25	40%	360	24%	1725	25
112	1092	43,2	1725	136	10	16	90
40%	16%	57%	2	1725	2	360	136
120	10.000	17500	136	120	400	8	24%
1000	10	43,2	16/100	57%	24/100	90	360
24%	70	90	1725	12	43,2	14	40%
7	90	40%	10	40%	57%	136	240
8	43,2	16	24/100	10	4	360	24%
12	24%	120	3	8	90	15%	2,25
2,25	43,2	1725	14	70	15/100	43,2	1725
40%	8	1092	206	18	90	2,25	12,50%
12,50%	1000	136	12	10.000	120	2	10
90	24%	43,2	2	40%	24/100	14	7
1725	7	360	16/100	112	24%	1725	8
43,2	420	17500	2,25	360	43,2	24%	112
14	43,2	24%	70	17500	14	90	360
90	2	7,5	57%	2	70	16	40%
32/2	18	360	16	8	57%	400	20

1000	8	400	70	57%	24%	6	90
360	17500	90	16	43,2	10	70	10
7	2,25	206	14	57%	14	24/100	8
15/100	136	57%	24%	136	360	10	3
40%	7	43,2	90	43,2	24%	57%	240
1000	14	70	24%	2,25	360	17500	1040
112	6	40/100	2,25	2	136	90	112
8	360	1725	17500	120	8	10.000	70

43,2	420	17500	2,25	360	43,2	24%	112
14	43,2	24%	70	17500	14	90	360
90	2	7,5	57%	2	70	16	40%
32/2	18	360	16	8	57%	400	20
1000	8	400	70	57%	24%	6	90
360	17500	90	16	43,2	10	70	10
7	2,25	206	14	57%	14	24/100	8
15/100	136	57%	24%	136	360	10	3

40%	**7**	**43,2**	**90**	**43,2**	**24%**	**57%**	**240**
1000	**14**	**70**	**24%**	**2,25**	**360**	**17500**	**1040**
112	**6**	**40/100**	**2,25**	**2**	**136**	**90**	**112**
8	**360**	**1725**	**17500**	**120**	**8**	**10.000**	**70**
15%	**7**	**12**	**14**	**40%**	**7**	**10**	**2**
90	**360**	**24%**	**1092**	**360**	**40/100**	**43,2**	**14**
43,2	**57**	**70**	**1000**	**8**	**90**	**24%**	**10**
15/100	**16%**	**206**	**136**	**17500**	**12**	**1092**	**136**
70	**4**	**90**	**10**	**1092**	**136**	**400**	**1725**
18	**112**	**2,25**	**10.000**	**16**	**70**	**40/100**	**7**
8	**1000**	**17500**	**420**	**206**	**24%**	**90**	**7,5**
360	**24%**	**43,2**	**1092**	**18**	**12**	**14**	**90**

PROMAT – 3º ENCONTRO

PLANO DE AULA -12/05/2018.

Público-Alvo:

Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas aulas.

Objetivo Geral:

Objetiva-se proporcionar aos alunos uma aprendizagem significativa da álgebra, por meio de materiais manipulativos.

Objetivos Específicos:

Ao se trabalhar com Polinômios, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Identificar as soluções dos Polinômios;
- Resolver operações entre Polinômios;
- Reconhecer e sistematizar Polinômios em situações distintas

Conteúdo: Polinômios, fatoração.

Recursos Didáticos: quadro, giz, folha sulfite, projetor, peças.

Encaminhamento metodológico:

Dividiremos a turma em 10 grupos e entregaremos a eles algumas peças produzidas por nós e um questionário para podermos fazer uma aula de investigação sobre o quadrado da soma, quadrado da diferença e o produto da soma pela diferença.

Atividade com áreas

Etapa 01

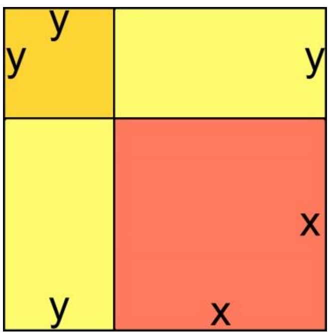


Figura: Quadrado da soma.
Fonte: As autoras.

1. É possível determinar um quadrado com essas peças? Se sim, mostre como geometricamente e diga qual medida de seus lados, se não comente o porquê.
2. Qual é a área de cada peça? E do quadrado construído?
3. Há como determinar a área da mesma figura utilizando a medida de seus lados? Justifique
4. Existe alguma relação entre as duas áreas? Comente.

Etapa 02

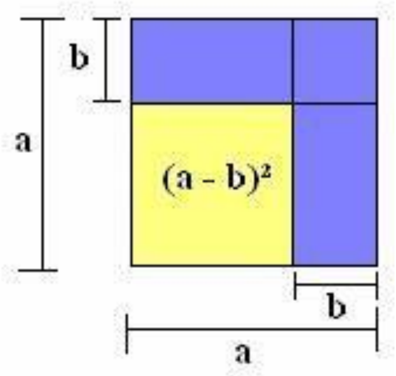


Figura: Quadrado da diferença.
Fonte: As autoras.

Questionário

5. É possível determinar um quadrado com essas peças? Se sim, mostre como geometricamente e diga qual medida de seus lados, se não comente o porquê.
6. Qual é a área de cada peça? E do quadrado construído?
7. Há como determinar a área da mesma figura utilizando a medida de seus lados? Justifique
8. Existe alguma relação entre as duas áreas? Comente.

Etapa 03

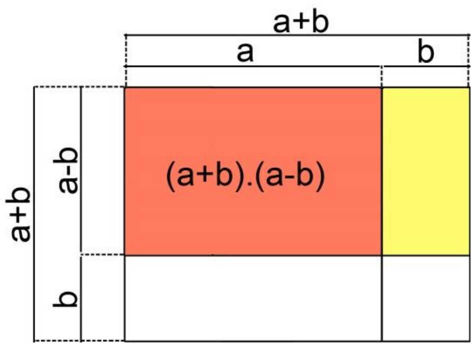


Figura: Produto da soma pela diferença.
Fonte: As autoras.

1.Como podemos encontrar a área da figura acima utilizando a área de cada peça? Há como encontrar a medida dos lados dessas figuras? E como encontramos o perímetro da figura acima?

2. Há uma forma de representar geometricamente o que encontrou no item anterior?

3. Utilizando as mesmas peças como podemos encontrar a área de um retângulo de lado a + b e a - b? Justifique e faça a representação geométrica.

Deixaremos os alunos resolvendo as questões e manipulando as peças, durante este tempo estaremos à disposição para ajudá-los, mas não dando respostas, apenas fazendo novas perguntas que o encaminhem para o raciocínio esperado.

Definição: Quadrado da soma $(a + b)^2 = (a + b) . (a + b)$

Dizemos que *a* é o primeiro termo, enquanto *b* é o segundo termo.
Se desenvolvermos este produto usando a propriedade distributiva da multiplicação teremos:

$$(a + b)^2 = (a + b) . (a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

O quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo mais o dobro do produto do primeiro pelo segundo, mais o quadrado do segundo termo.

Definição: Quadrado da diferença $(a - b)^2 = (a - b) . (a - b)$

Dizemos que *a* é o primeiro termo, enquanto *b* é o segundo termo.
Se desenvolvermos este produto usando a propriedade distributiva da multiplicação teremos:

$$(a - b)^2 = (a - b) . (a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

O quadrado da diferença de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo menos o dobro do produto do primeiro pelo segundo, mais o quadrado do segundo termo.

Definição: Produto da soma pela diferença $(a + b) . (a - b)$

Se o desenvolvermos, podemos transformá-lo em uma diferença de quadrados, vejamos:

$$(a + b).(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

O produto da soma pela diferença de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo menos o quadrado do segundo termo.

Definição: Chamamos expressão polinomial, o polinômio na variável real x, toda expressão da forma:

$$\mathbf{a^n x_n + a^{n-1} x_{n-1} + \ldots + a_1 x^1 + a_0 x^0}$$

De modo que:

- a_n, a_{n-1}, ….,a_1, a_0 são números reais denominados coeficientes.
- n é um número inteiro positivo ou nulo.

Após definirmos os três produtos notáveis e polinômios, passaremos alguns exemplos e, também alguns exercícios.

Exemplo 01.

Desenvolva os polinômios:

a) $(3x+1)^2=$

b) $(3y-1)^2=$

c) $(5z+2)^2=$

d) $(5m-2)^2=$

e) $(n+1).\ (n-1)=$

f) $(-3p+2).(3p+2)=$

g) $(9 - 4q).(9 + 4q)=$

h) $(13y-11d)^2=$

i) $(7y-9m)^2=$

j) $(4n+15).(4n-15)=$

Exercícios:

1. Ao redor do jardim da casa de Carlos, vai ser construída uma calçada revestida de pedra. As medidas estão em metros.

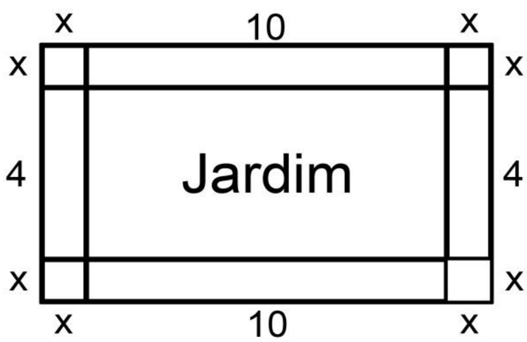


Figura: Jardim.
Fonte: Os autores.

a) Qual a área ocupada pelo jardim?

b) Escreva, na forma reduzida, um polinômio que expresse a área ocupada pela calçada.

2. Durante uma partida de basquete, Leonardo fez x arremessos de 3 pontos e y arremessos de 2 pontos. Sabendo que ele acertou 37 dos arremessos de 3 pontos e 21 arremessos de 2 pontos, determine o polinômio que representa a quantidade de pontos que Leonardo marcou.

3.(ENEM-10/ADAPTADA) - Em uma certa cidade, os moradores de um bairro carente de espaços de lazer reivindicam à prefeitura municipal a construção de uma praça. A prefeitura concorda com a solicitação e afirma que irá construí-la em formato retangular devido às características técnicas do terreno. A prefeitura apresenta aos moradores desse bairro a medida do terreno disponível para a construção da praça: (2x + 5) metros por (x – 3) metros. Qual o polinômio representa a área desse terreno?

4.(ENEM-10) Com 4 palitos, pode-se fazer um quadrado. Para se formar uma fileira com 2 quadrados, são necessários 7 palitos. Uma fileira com 3 quadrados utiliza 10 palitos, uma fileira com 4 quadrados usa 13 palitos, e assim sucessivamente. Escreva o polinômio que representa o número de palitos necessários para se formar uma fileira com n quadrados

.

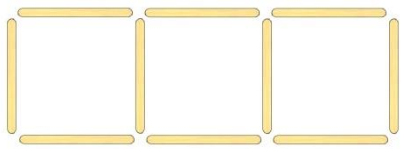


Figura: Seq. de palitos.
Fonte: As autoras.

5. Bruno realizou a multiplicação: $(2x + 3)(2x + 3) = 4x^2+9$. Observando o que Bruno fez em seu caderno, responda:

a) Ele acertou a multiplicação de polinômios? Tente entender e escreva o que ele fez.

b) Represente os polinômios como medidas de um quadrado e calcule a área desse quadrado.

Operações e graus de polinômios

Soma/subtração

Explicaremos o que é soma/subtração de polinômios por intermédio dos polinômios abaixo.

Dado os polinômios:

$f(a)=0a^4+5a^2+3a-2$

$g(a)=-7a^2-3a+8a$

$p(k)=17k^3+2k-1$

$p1(k)=-65k^6+9k^4-17k3$

$p2(m)=2m+4$

$p3(m)=2m-4$

Calcule:

a) $(f+g)(a)=f(a)+g(a)$ b) $(p+p_1)(k)=p(k)+p_1(k)$ c) $(p_2-p_3)(m)= p_2(m)-p_3(m)$

Então, pediremos para os alunos irem ao quadro para mostrar sua resolução, objetivamos também, que os alunos percebam a propriedade distributiva da multiplicação e a propriedade comutativa da soma.

Multiplicação.

Como na soma, faremos com a multiplicação.

Exemplo 1. Multiplicação $(2x^2 + x + 1)$ por $(5x – 2)$.

Exemplo 2. Multiplicação $(x+2x^2+3x^3)$ por $(4+5x+6x^2)$.

Neste momento o professor pode observar que o grau do polinômio obtido é cinco, que é igual a soma dos graus dos polinômios $p^2+p=2+3=5$.

Avaliação: Os alunos serão avaliados pelas respostas dos questionários, e a resolução dos problemas entregues.

Relato descritivo- Reflexivo- 3° Encontro

Começamos o terceiro encontro do Promat dando alguns recados e pedindo para que os alunos evitassem o uso do celular durante as aulas. Explicamos como ocorreria a primeira atividade da aula. Após, foi entregue para cada grupo peças para os alunos montarem um quadrado perfeito e um questionário.

Pudemos observar uma enorme dificuldade dos alunos em visualizar que a soma do lado do quadrado obtido era “a+b”. Ocorreu casos em que os alunos diziam que a medida do lado do quadrado era “a.b”, por outro lado, houve um grupo que mediu com a régua o valor dos lados do quadrado.

Os alunos nos questionavam como podia-se obter a medida dos lados sem ter a medidas expressas numericamente. Para contornarmos esta situação induzimos os alunos a reconhecer as variáveis “a” e “b” como sendo a representação das medidas. Pudemos observar que os educandos não sentiram dificuldades em obter a área do quadrado da soma. Entretanto, a dificuldade em operações básicas permaneceu presente mais uma vez.

Muitos grupos quando iam fazer a multiplicação de “(a+b) por (a+b)” escreviam “a+b. a+b”, obtendo um valor não condizente com a área do quadrado real. A professora Veruska foi ao quadro e por intermédio de um exemplo mostrou a necessidade dos parênteses para realização da multiplicação, de modo a mostrar que os resultados eram diferentes.

Alguns alunos tiveram dificuldade em relacionar a área do quadrado $(a+b)^2$, com a soma das áreas dos quadriláteros que o compunham, mas, em geral eles realizaram a atividade com êxito.

Quando os grupos terminaram os questionamentos da etapa 1, realizamos a discussão das respostas encontradas pelos alunos, conduzindo-os para a formalização do quadrado da soma.

Repetimos o mesmo processo para a segunda atividade, porém, nesta pedimos para que os alunos obtivessem um quadrado de lados (a-b) utilizando as peças que foram entregues. Sugerimos que os alunos sobrepusessem as peças e, a partir delas, chegassem a área do quadrado pedido. Nesta segunda etapa os alunos foram rápidos, devido a semelhança entre as atividades 1 e 2.

A maior dificuldade estava em enxergar, o porquê se deveria somar a área do quadrado de lado “b”. No momento em que foi mostrado com o material manipulativo, ficou clara a necessidade da soma deste quadrado de lados b.

Feita a formalização do quadrado da diferença, os alunos foram liberados para o intervalo. Dois discentes vieram nos questionar se $a^2+2ab+b^2=a^2+b^2+2ab$. Pedimos para que esses alunos substituíssem o “a” e o “b” por um valor numérico nas duas expressões e observassem o resultado obtido. Após o desenvolvimento eles constataram que os dois polinômios eram iguais, ou seja, que a forma de representação era equivalente.

Após o intervalo, fizemos uma amostragem da representação geométrica do produto da soma pela diferença utilizando o GeoGebra, sendo entregue a atividade

3. Deixamos um tempo suficiente, para que os alunos respondessem o questionário, e realizamos a formalização desse produto.

Passamos para aplicação dos produtos notáveis, a professora Veruska deu um exemplo de como ficaria a resolução do produto notável dado. Assim, os grupos que fossem terminando era pedido para que um integrante de cada grupo fosse ao quadro e realizasse a resolução de algum dos polinômios.

Os alunos demoraram mais do que imaginávamos para realização desta atividade, porém a realizaram com êxito. Os grupos que foram terminando foram resolvendo as demais atividades do material do aluno, e assim prosseguiu a aula até o seu encerramento.

Neste encontro nos chamou a atenção, o comportamento de dois alunos. Eles estavam totalmente dispersos, e a todo momento saiam da sala. Um deles chegou a se cortar com um clipes ao ponto de sangrar o dedo. A professora Veruska foi tentar descobrir o que estava ocorrendo com o menino, mas, não o encontrou, assim, comunicou a professora orientadora sobre o que estava ocorrendo para que fossem tomadas atitudes quanto a isto.

MATERIAL DO ALUNO- 3° Encontro.

NOME:	**DATA:___/___/2018.**

Projeto PROMAT-2018. Universidade Estadual do Oeste do Paraná –UNIOESTE.

Caro aluno este será seu material, aproveite-o da melhor forma possível. Bons estudos!

Atividade 1

1) É possível determinar um quadrado utilizando todas as peças? Se sim, mostre como geometricamente e diga qual a medida de seus lados, se não comente o porquê.

2) Qual a área de cada peça? E do quadrado construído?

3) Há como determinar a área desta mesma figura utilizando a medida de seus lados? Justifique.

4) Existe alguma relação entre as duas áreas? Comente.

Atividade 2

1) É possível determinar um quadrado utilizando todas as peças? Se sim, mostre como geometricamente e diga qual a medida de seus lados, se não comente o porquê.

2) Qual a área de cada peça? E do quadrado construído?

3) Há como determinar a área desta mesma figura utilizando a medida de seus lados? Justifique.

4) Existe alguma relação entre as duas áreas? Comente.

Atividade 3

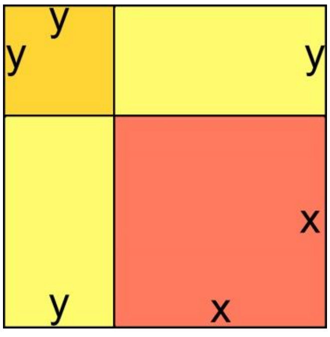
1) Como podemos encontrar a área da figura acima utilizando a área de cada peça? Há como encontrar a medida dos lados dessas figuras? E como encontramos o perímetro da figura acima?

2) Há uma forma de representar geometricamente o que encontrou no item anterior?

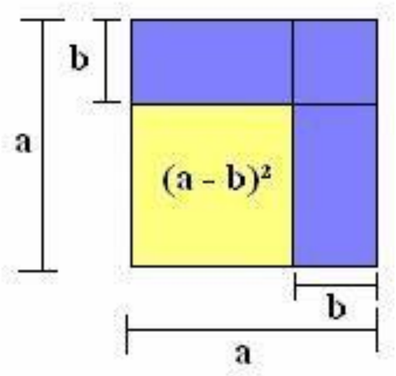
3) Utilizando as mesmas peças como podemos encontrar a área de um retângulo de lado a + b e a - b? Justifique e faça a representação geométrica.

Produtos Notáveis

Definição: Quadrado da soma $(x+y)^2=(x+y)\ .\ (x+y)=x^2+2xy+y^2$.

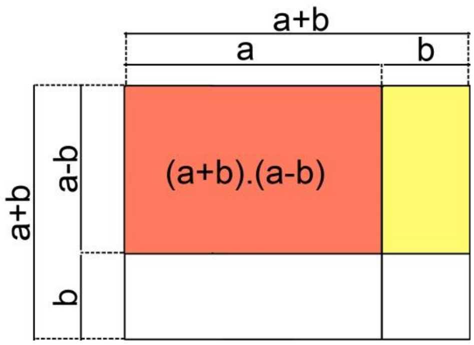


Definição: Quadrado da diferença $(a-b)^2 = (a-b) \cdot (a-b) = a^2 - 2ab + b^2$.



Definição: Produto da soma pela diferença

$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$.



01. Desenvolva os polinômios:

a) $(3x+1)^2=$

b) $(3y-1)^2=$

c) $(5z+2)^2=$

d) $(5m-2)^2=$

e) $(n+1).(n-1)=$

f) $(-3p+2).(3p+2)=$

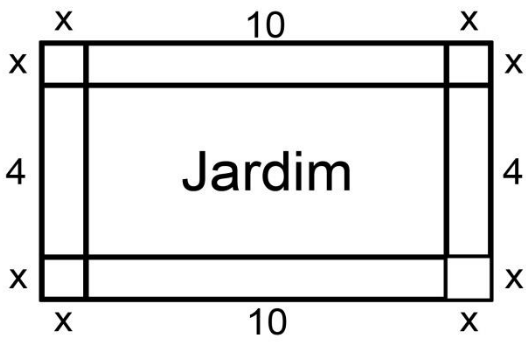
g) $(9 - 4q).(9 + 4q) =$

h) $(13y-11d)^2=$

i) $(7y-9m)^2=$

j) $(4n+15)\ (4n-15)=$

02. Ao redor do jardim da casa de Carlos, vai ser construída uma calçada revestida de pedra. As medidas estão em metros.



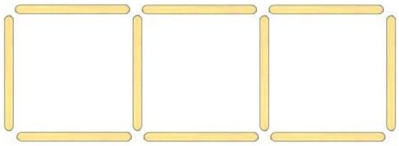
a) Qual a área ocupada pelo jardim?

b) Escreva, na forma reduzida, um polinômio que expresse a área ocupada pela calçada.

03. Durante uma partida de basquete, Leonardo fez x arremessos de 3 pontos e y arremessos
de 2 pontos. Sabendo que ele acertou 37 dos arremessos de 3 pontos e 21 arremessos de dois
pontos, determine o polinômio que representa a quantidade de pontos que Leonardo marcou.

04. (ENEM-10/ADAPTADA) - Em uma certa cidade, os moradores de um bairro carente de espaços de lazer reivindicam à prefeitura municipal a construção de uma praça. A prefeitura concorda com a solicitação e afirma que irá construí-la em formato retangular devido às características técnicas do terreno. A prefeitura apresenta aos moradores desse bairro a medida do terreno disponível para a construção da praça: (2x + 5) metros por (x – 3) metros. Qual o polinômio representa a área desse terreno?

05. (ENEM 2010) - Com 4 palitos, pode-se fazer um quadrado. Para se formar uma fileira com 2 quadrados, são necessários 7 palitos. Uma fileira com 3 quadrados utiliza 10 palitos, uma fileira com 4 quadrados usa 13 palitos, e assim sucessivamente. Escreva o polinômio que representa o número de palitos necessários para se formar uma fileira com n quadrados.



06. Bruno realizou a multiplicação: (2x + 3).(2x + 3) = $4x^2$+9. Observando o que Bruno fez em seu caderno, responda:

a) Ele acertou a multiplicação de polinômios? Tente entender e escreva o que ele fez.

b) Represente os polinômios como medidas de um quadrado e calcule a área desse quadrado.

PROMAT – 4º ENCONTRO

PLANO DE AULA DO DIA -19/05/2018

Público-Alvo:

Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas aulas.

Objetivo Geral:

Objetiva-se proporcionar aos alunos a compreensão do significado do sinal de igualdade (“=”). Além de que os educandos desenvolvam habilidades para resolução de problemas que envolvem equações.

Objetivos Específicos:

Ao se trabalhar com equações, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Reconhecer problemas que envolvam equações;

- Métodos de resolução de equações;
- Significado da igualdade.

Conteúdo: Equação de primeiro e segundo grau.

Recursos Didáticos: quadro, giz, folha sulfite, projetor e balança.

Avaliação: A avaliação será realizada por meio da participação dos alunos durante o desenvolvimento da atividade com a balança, e pela realização dos exercícios.

Encaminhamento metodológico:

Iniciaremos a aula utilizando uma balança, conforme a figura a seguir:

Figura: Balança 1.
Fonte: As autoras.

Deixando-a em equilíbrio com três peões de um lado e do outro um peão e uma rainha, pediremos para os alunos qual o valor do peso da rainha. Assim tiraremos um peão de cada lado obtendo que o peso da rainha equivale a dois peões. Após feito na balança, passaremos o mesmo problema para a linguagem matemática para que os alunos possam visualizar o que está por trás de resoluções de equações.

Qual o significado do sinal de igual- equações de primeiro grau

Iniciamos a atividade evidenciando algumas relações importantes como a importância do registro escrito da resolução desenvolvida pelo grupo, o pensamento realizado e o registro das diferentes ideias produzidas nas atividades abaixo.

Projetaremos as imagens que seguem, para a realização da atividade envolvendo a balança. Mostraremos como é realizado a resolução do problema 1 e pediremos para que os alunos resolvam os demais.

Atividades envolvendo a balança

1. Considere a balança em equilíbrio na figura. O valor representado pela letra x é _____

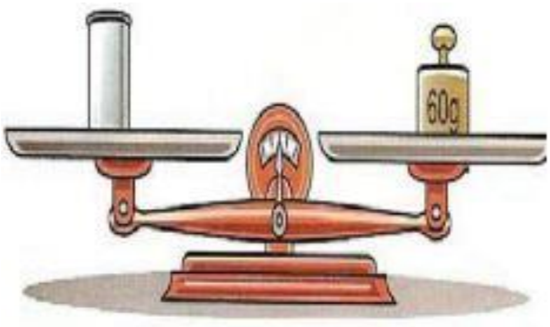


Figura: Balança 2
Fonte:
http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_unioeste_mat_pdp_alexandra_ruwer.pdf

O peso da lata é _____

2.

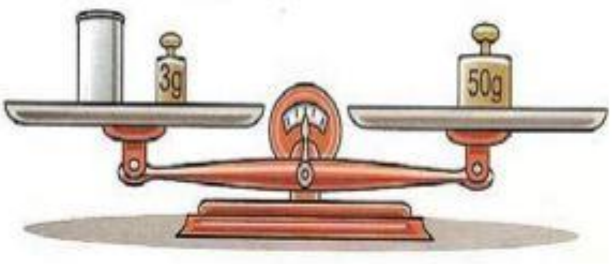


Figura: Balança 3
Fonte:
http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_unioeste_mat_pdp_alexandra_ruwer.pdf

O peso da lata é _____

3.

Figura: Balança 4
Fonte:
http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_unioeste_mat_pdp_alexandra_ruwer.pdf

O peso de cada lata é _____

4. O esquema abaixo representa uma balança em equilíbrio. Calcule o valor de m.

Figura: Balança 5
Fonte:
http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_unioeste_mat_pdp_alexandra_ruwer.pdf

5. O esquema mostra uma balança em equilíbrio.

Figura: Balança 6

Fonte:
http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_unioeste_mat_pdp_alexandra_ruwer.pdf

a) Determine a equação que a balança está representando.

b) Qual é a massa de cada cubo?

Esta atividade tem como objetivo caracterizar o significado do sinal de igual ("=") como uma equivalência entre termos.

Definição de equação

Toda sentença matemática expressa por uma igualdade, na qual haja uma ou mais letras (chamadas de incógnitas) que representam números desconhecidos dessa sentença, é denominada **equação**.

Raiz de uma equação

Um número é raiz de uma equação de uma incógnita quando, colocado no lugar da incógnita, a equação se transforma numa sentença verdadeira.

Exercícios

1. (Unicamp) Uma senhora comprou uma caixa de bombons para seus dois filhos. Um destes tirou para si metade dos bombons da caixa. Mais tarde, o outro menino também tirou para si metade dos bombons que encontrou na caixa. Restaram 10 bombons. Calcule quantos bombons haviam inicialmente na caixa.

2. (ENEM 2016) Um terreno retangular de lados cujas medidas, em metros, são x e y será cercado para a construção de um parque de diversões. Um dos lados do terreno encontra-se às margens de um rio. Observe a figura

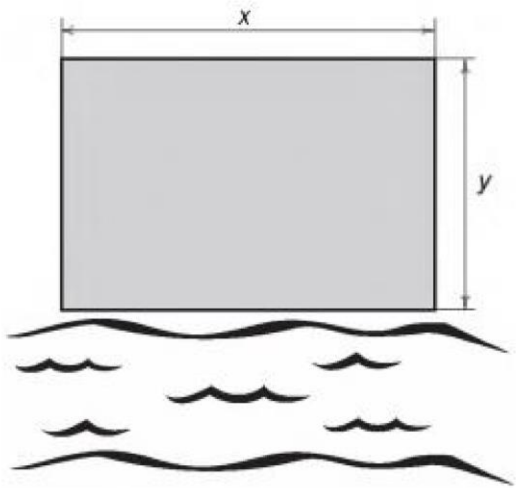


Figura: Rio.
http://nossoexercicio.pet-ufvjm.org/exid/2910.

Para cercar todo o terreno, o proprietário gastará R$ 7 500,00. O material da cerca custa R$ 4,00 por metro para os lados do terreno paralelos ao rio, e R$ 2,00 por metro para os demais lados.

Nessas condições, as dimensões do terreno e o custo total do material podem ser relacionados pela equação:

a) $4(2x+y) = 7500$

b) $2(x+y) = 7500$

c) $2(4x+y) = 7500$

d) $2(2x+y) = 7500$

3. Numa empresa, o número de mulheres é igual a 3/5 do número de homens. Se fossem admitidas mais 20 mulheres, o número destas ficaria igual ao número de homens. Quantos homens e quantas mulheres trabalham nessa empresa?

Sistema de duas equações e Equação do segundo grau

Explicaremos como resolver um sistema de duas equações, por meio de exemplos. Fazendo uso do método da soma e da substituição. Já a equação quadrática abordaremos diretamente pela resolução do problema 4.

Problemas

4. (ENEM 2010) - Um laticínio possui dois reservatórios de leite. Cada reservatório é abastecido por uma torneira acoplada a um tanque resfriado. O volume, em litros, desses reservatórios depende da quantidade inicial de leite no reservatório e do tempo t, em horas, em que as duas torneiras ficam abertas. Os volumes dos reservatórios são dados pelas funções $V1(t) = 250t^3 - 100t + 3000$ e $V2(t) = 150t^3 - 69t + 3000$. Depois de aberta cada torneira, o volume de leite de um reservatório é igual ao do outro no instante t = 0 e, também, no tempo t igual a?

5) (Enem 2013)- A temperatura T de um forno (em graus centígrados) é reduzida por um sistema a partir do instante de seu desligamento (t = 0) e varia de acordo com a expressão T(t)= -T(t)= $-t^2+400$, com t em minutos. Por motivos de segurança, a trava do forno só é liberada para abertura quando o forno atinge a temperatura de 39°C.

Qual o tempo mínimo de espera, em minutos, após se desligar o forno, para que a porta possa ser aberta?

6) Encontre as medidas dos lados do retângulo:

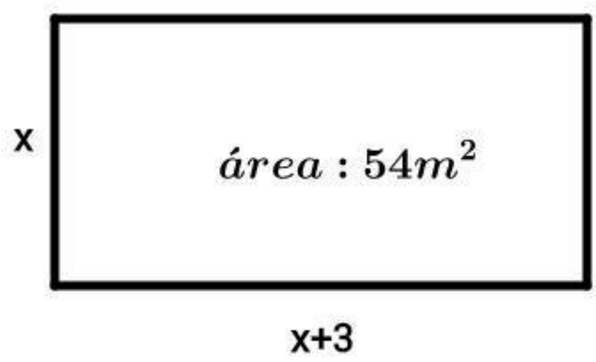


Figura: Retângulo.
Fonte: As autoras.

7) Diminuindo 3 m de cada lado de um terreno quadrado, obtemos um novo terreno de área 196 m^2. Qual é a área do terreno original?

8) João cria 60 animais em sua fazenda. Alguns deles eram vacas, outros eram galinhas. Sabendo que o total de patas registradas em uma inspeção foi de 220, quantas vacas João cria?

9) Um tomate e um pepino pesam juntos 140g. Para fazer o equilíbrio da balança é preciso colocar 5 tomates de um lado e 2 pepinos do outro. Quanto pesa um tomate? E um pepino?

Avaliação: Os alunos serão avaliados pela participação durante as atividades da balança, bem como o registro escrito de suas respostas.

Relato descritivo- Reflexivo- 4° Encontro

quarto encontro do Promat ocorreu no dia 19 de maio, organizamos a sala distribuindo a carteira em grupos de no máximo 4 integrantes, como ocorrido nas aulas anteriores. Iniciamos a atividade evidenciando algumas relações importantes como a importância do registro escrito da resolução desenvolvida pelo grupo, o pensamento realizado e o registro das diferentes ideias produzidas nas atividades apresentadas aos alunos através de uma balança.

Colocamos sobre a mesa uma balança de dois pratos e uma peça de xadrez chamada rainha sobre um dos pratos, e pedimos aos alunos o que seria necessário colocar no outro prato para que essa balança ficasse em equilíbrio. Assim colocamos três peões do outro lado, fazendo a balança ficar em equilíbrio. Então escrevemos algebricamente o que havíamos feitos, ficando claro para os alunos a equivalência do sinal de igual.

Mostrando vários exemplos utilizando a balança os alunos participaram da atividade respondendo e assim visualizando e entendendo o significado da igualdade. Também falamos sobre raiz de uma equação e sua importância.

Realizamos a resolução do problema 1 e pedimos para que os alunos resolvessem os demais. Na resolução do exercício 2 percebemos que alguns grupos tiveram dificuldades para resolver, logo foi resolvido no quadro, sanando as duvidas.

Logo após o intervalo retomamos a aula falando de sistemas de equações e como resolver. Passamos no quadro alguns sistemas, demonstramos que podemos resolver da forma de adição das equações ou por substituição. Neste momento pedimos que os alunos resolvessem os sistemas de equações que estavam no quadro. Percorrendo os grupos percebemos que alguns alunos têm grandes dificuldades em manipulações algébricas e tivemos que voltar ao quadro para fazer mais alguns exercícios explicando o passo a passo da resolução.

Em seguida os alunos resolveram os outros exercícios da lista. Passamos nos grupos ajudando e depois de algum tempo pedimos aos alunos quem quisesse ir no quadro resolver, de cada grupo foi um aluno no quadro e fizeram a resolução.

MATERIAL DO ALUNO- 4° Encontro.

NOME:	DATA:___/___/2018.

Projeto PROMAT-2018. Universidade Estadual do Oeste do Paraná –UNIOESTE.

Caro aluno este será seu material, aproveite-o da melhor forma possível. Bons estudos!

DEFINIÇÃO DE EQUAÇÃO

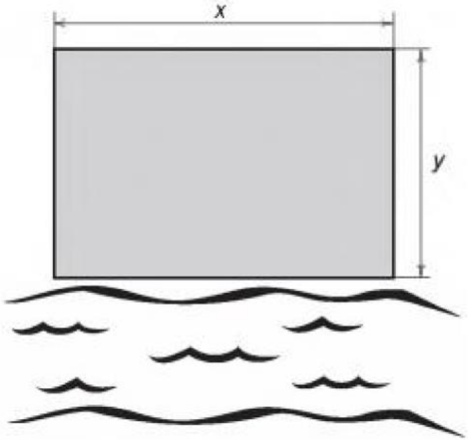
Toda sentença matemática expressa por uma igualdade, na qual haja uma ou mais letras (chamadas de incógnitas) que representam números desconhecidos dessa sentença, é denominada **equação**.

RAIZ DE UMA EQUAÇÃO

Um número é raiz de uma equação de uma incógnita quando, colocado no lugar da incógnita, a
equação se transforma numa sentença verdadeira.

1. (UNICAMP) Uma senhora comprou uma caixa de bombons para seus dois filhos. Um destes tirou para si metade dos bombons da caixa. Mais tarde, o outro menino também tirou para si metade dos bombons que encontrou na caixa. Restaram 10 bombons. Calcule quantos bombons havia inicialmente na caixa.

2. (ENEM 2016) Um terreno retangular de lados cujas medidas, em metro, são x e y será cercado para a construção de um parque de diversões. Um dos lados do terreno encontra-se às margens de um rio. Observe a figura



Para cercar todo o terreno, o proprietário gastará R$ 7 500,00. O material da cerca custa R$ 4,00 por metro para os lados do terreno paralelos ao rio, e R$ 2,00 por metro para os demais lados.

Nessas condições, as dimensões do terreno e o custo total do material podem ser relacionados pela equação:

a) $4(2x+y) = 7500$

b) $2(x+y) = 7500$

c) $2(4x+y) = 7500$

d) $2(2x+y) = 7500$.

3. Numa empresa, o número de mulheres é igual a 3 /5 do número de homens. Se fossem admitidas mais 20 mulheres, o número destas ficaria igual ao número de homens. Quantos homens e quantas mulheres trabalham nessa empresa?

4. (ENEM 2010) Um laticínio possui dois reservatórios de leite. Cada reservatório é abastecido por uma torneira acoplada a um tanque resfriado. O volume, em litros, desses

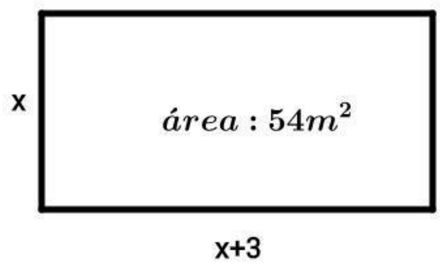
reservatórios depende da quantidade inicial de leite no reservatório e do tempo t, em horas, em que as duas torneiras ficam abertas. Os volumes dos reservatórios são dados pelas funções $V1(t) = 250t^3 - 100t + 3000$ e $V_2(t) = 150t^3 - 69t + 3000$.

Depois de aberta cada torneira, o volume de leite de um reservatório é igual ao do outro no instante t = 0 e, também, no tempo t igual a?

5. (Enem 2013) A temperatura T de um forno (em graus centígrados) é reduzida por um sistema a partir do instante de seu desligamento (t = 0) e varia de acordo com a expressão T(t)= -T(t)= -t2+400, com t em minutos. Por motivos de segurança, a trava do forno só é liberada para abertura quando o forno atinge a temperatura de 39°C.

Qual o tempo mínimo de espera, em minutos, após se desligar o forno, para que a porta possa ser aberta?

6. Encontre as medidas dos lados do retângulo:



7. Diminuindo 3 m de cada lado de um terreno quadrado, obtemos um novo terreno de área 196 m^2. Qual é a área do terreno original?

8.João cria 60 animais em sua fazenda. Alguns deles eram vacas, outros eram galinhas. Sabendo que o total de patas registradas em uma inspeção foi de 220, quantas vacas João cria?

9. Um tomate e um pepino pesam juntos 140g. Para fazer o equilíbrio da balança é preciso colocar 5 tomates de um lado e 2 pepinos do outro. Quanto pesa um tomate? E um pepino?

2.1 Módulo 2 – Conjuntos; Função de primeiro grau; Função de segundo grau.

PROMAT – 5º ENCONTRO

PLANO DE AULA- 09/06/2018

Público-Alvo:

Alunos do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas aulas.

Objetivo Geral:

Identificar os conjuntos numéricos e seus elementos, bem como compreender as relações de inclusão e as operações entre conjuntos.

Objetivos Específicos:

Ao se trabalhar com Conjuntos numéricos, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Reconhecer que os conjuntos numéricos se iniciam com os naturais;
- Empregar o uso de simbologia adequada a cada situação;
- Efetuar operações de união e intersecção em conjuntos propostos;
- Compreender relações entre conjuntos por meio de diagrama;

- Representar o conjunto dos reais e seus subconjuntos na forma de segmento de reta numérica.

Conteúdo: Conjuntos numéricos.

Recursos Didáticos: quadro, giz, folha sulfite.

Encaminhamento metodológico:

CONJUNTO

Inicialmente iremos abordar as formas de representação de um conjunto.

Há mais de uma forma de representar um conjunto. Como por exemplo, o conjunto A, formado pelos elementos 1,3,5,7 e 9 pode ser representado das seguintes formas:

Enumerando os elementos

A = {1,3,5,7,9}

- Considerando uma propriedade própria dos elementos;

A = {x|x é um número natural ímpar menor que 10}

- Desenhando uma figura (diagrama de Venn);

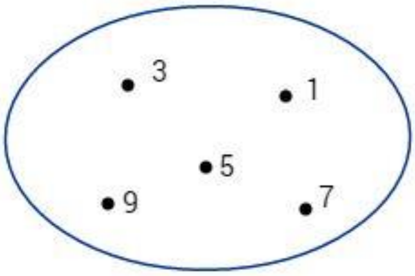


Figura: Diagrama.
Fonte: As autoras.

Independentemente da representação, com relação aos elementos do conjunto A podemos dizer que:

- 1 pertence a A e indicamos por: **1**$\in$ **A**
- 2 não pertence a A e indicamos por : **2** $\notin$ **A**

Igualdade de conjuntos

Dois conjuntos A e B, são iguais (A=B) quando têm os mesmos elementos.

Exemplo:

A = { x|x é um número natural menor que 5} e B = {0,1,2,3,4} são iguais pois têm os mesmos elementos.

Se um conjunto A tiver ao menos um elemento que não pertence a um conjunto B (ou vice-versa), dizemos que esses conjuntos são diferentes (A≠B).

Conjuntos vazio e conjunto unitário

<u>Conjunto vazio</u>: é o conjunto que não tem elementos. Como por exemplo, o conjunto B.

B = {x|x é um número primo par maior que 5}

Notação: B= ⃠ ou B = { }

<u>Conjunto unitário</u>: é o conjunto que tem apenas um elemento.

C = { x|x é um número natural primo par}

Subconjuntos de um conjunto

Dizemos que B é subconjunto do conjunto A se, e somente se, todos os elementos de B pertencem a A.

B é subconjunto de A

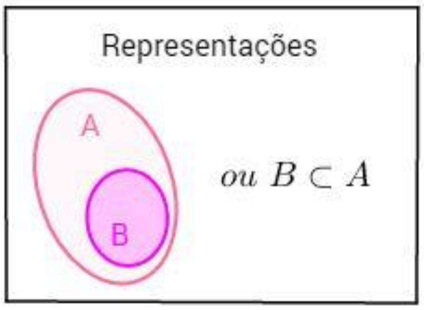


Figura: Conjunto.
Fonte: As autoras.

Para indicar a relação entre os conjuntos B e A, usaremos a notação:

B ⊂ A (lemos: “B está contido em A”). Ou ainda podemos dizer que A contém B, a notação é: A⊃B.

Operações com conjuntos.

Considere os conjuntos A e B.

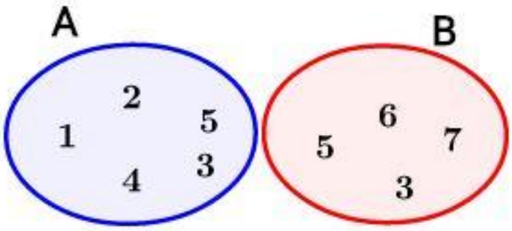


Figura: Conjunto A e B.
Fonte: As autoras.

- **União de conjuntos.**

Dados dois conjuntos, A e B, a união de A e B é o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A ou a B.

$A \cup B = \{x | x \in A \text{ ou } x \in B\}$

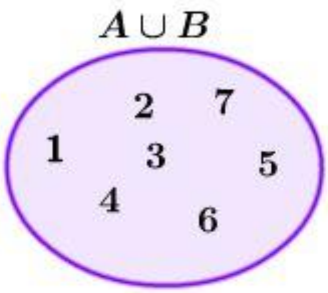


Figura: União.
Fonte: As autoras.

- **Intersecção de conjuntos**

Dados dois conjuntos, A e B a intersecção de A e B é o conjunto formado pelos elementos que pertencem A e a B.

$A \cap B = \{x | x \in A \text{ e } x \in B\}$

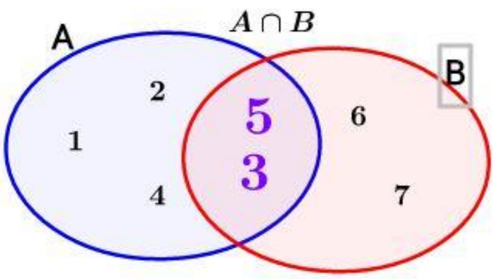


Figura: intersecção.
Fonte: As autoras.

- **Diferença de conjuntos**

Dados dois conjuntos, A e B a diferença de A e B é o conjunto formado pelos elementos que pertencem A mas não pertencem a B.

$A - B = \{x | x \in A \text{ e } x \notin B\}$

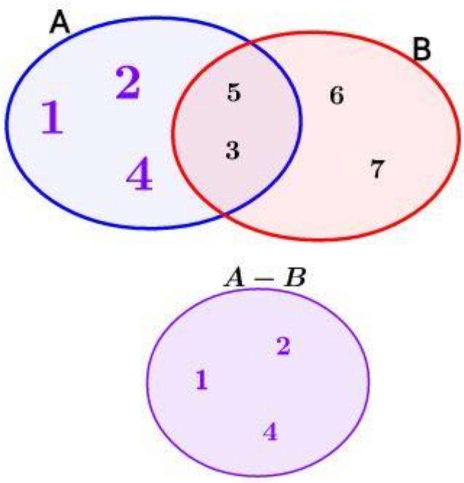


Figura: Diferença de conjuntos.
Fonte: As autoras.

Exercícios

1. Sabendo que A = {1, 2, 3, 4}, B = {4, 5, 6} e C = {1, 6, 7, 8, 9}, podemos afirmar que o conjunto $(A \cap B) \cup C$ é:

A) {1, 4}

B) {1, 4, 6, 7}

C) {1, 4, 5, 6}

D) {1, 4, 6, 7, 8, 9}

2. (UNESP) Numa classe de 30 alunos, 16 gostam de Matemática e 20 gostam de História. O número de alunos desta classe que gostam de Matemática e História é:

a) Exatamente 16

b) Exatamente 10

c) No máximo 6

d) No mínimo 6

e) Exatamente 18

3. (PUC) Numa pesquisa de mercado, verificou-se que 15 pessoas utilizam pelo menos um dos produtos A ou B. Sabendo que 10 destas pessoas não usam o produto B e que 2 destas pessoas não usam o produto A, qual é o número de pessoas que utilizam os produtos A e B?

4. (FATEC-SP) O conjunto A tem 20 elementos, A ∩ B tem 12 elementos e A ∪ B tem 60 elementos. O número de elementos do conjunto B é:

a) 28 c) 40 e) 52

b) 36 d) 48

5. (FAAP-SP) Foi feita uma pesquisa com todos os alunos de uma escola e constatou-se que 56 leem a revista A, 21 as revistas A e B, 106 apenas uma das revistas e 66 não leem a revista B. Qual o número de alunos dessa escola?

6. (ENEM) No dia 17 de Maio próximo passado, houve uma campanha de doação de sangue em uma Universidade. Sabemos que o sangue das pessoas pode ser classificado em quatro tipos quanto a antígenos. Uma pesquisa feita com um grupo de 100 alunos da Universidade constatou que 42 deles têm o antígeno A, 36 têm o antígeno B e 12 o antígeno AB. Sendo assim, podemos afirmar que o número de alunos cujo sangue tem o antígeno O é:

(A) 20 alunos

(B) 26 alunos

(C) 34 alunos

(D) 35 alunos

(E) 36 alunos

7. (Unifap)- O dono de um canil vacinou todos os seus cães, sendo que 80% contra parvovirose e 60% contra cinomose. Determine o porcentual de animais que foram vacinados contra as duas doenças.

Conjuntos numéricos

Conjunto dos números naturais tem infinitos elementos é indicado por:

$\mathbb{N}$ = {0, 1, 2, 3, ….,}.

Conjuntos dos números inteiros, acrescentamos aos naturais os números negativos, que é representado por:

$\mathbb{Z}$= {...., -2, -1, 0, 1, 2, ….}.

Conjunto dos números racionais é formado por todos os números que podem ser escritos na forma da razão ab, com $a \in Z$ e $b \in Z^*$, que indicamos por:

$\mathbb{Q}$ = { x|x = ab, *a* ∈ Z e *b* ∈ Z*}.

Conjuntos dos números reais é a reunião dos números racionais com o dos números irracionais resulta no conjunto dos números reais, representado por:
$\mathbb{R}$ = { -1, -0,75, -0,101001000…, 0, 1, 2,3,2,.....}

Conjuntos dos números irracionais é formado pelos números reais que não podem ser escritos na forma de uma razão.

Atividade- Represente os conjuntos numéricos no diagrama abaixo, e coloque os números em seus respectivos conjuntos. -58, 1.5, ½ , π, 0.50, 8/4,2 ,3, 5/2 , -10,-6/5
.

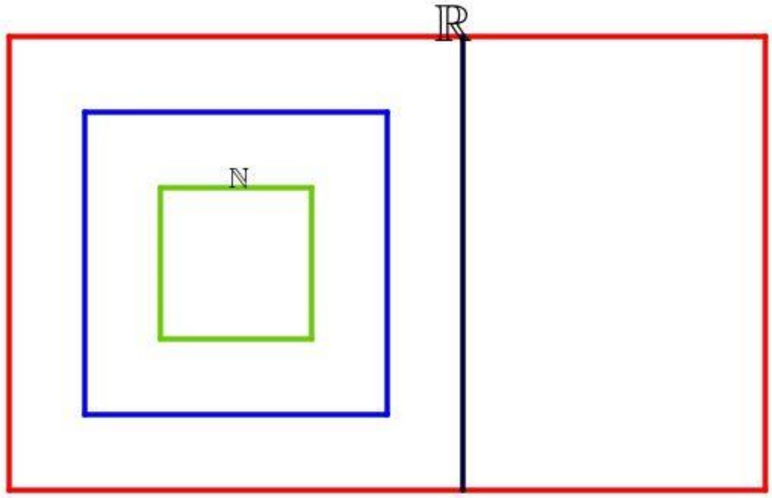


Figura: Conjuntos numéricos.
Fonte: As autoras.

EXERCÍCIOS

1. Dados os conjuntos A = {0;1}, B = {0;2;3} e C = {0;1;2;3}, classifique em verdadeiro (V) ou falso (F) cada afirmação abaixo:

a) ( ) A = B
b) ( ) {1}∈ A
c) ( ) A ⊂ C
d) ( ) B = C
e) ( ) B ⊂ C
f) ( ) {0;2} ⊂ B

2. São dados os conjuntos:

$A = \{x \in N \,/\, x$ é ímpar$\}$,

$B = \{x \in Z \,/\, -3 \leq x < 4\}$,

$C = \{x \in Z \,/\, x < 6\}$.

Explicite os seguintes conjuntos:

a) A =

b) B =

c) C =

d) $(A \cap B) \cup (B \cap C) =$

Avaliação: Momento de realização e desenvolvimento da situação problema, em que cada um pensou, refletiu, criou hipóteses e desenvolveu a resolução para a situação apresentada.

Relato descrito/reflexivo- 5° encontro

Começamos a aula relembrando como resolver sistemas lineares com duas incógnitas, pelo método da substituição, além de lembrar o significado do sinal de igualdade.

Dando início ao assunto do encontro (Conjuntos), começamos pedindo para os alunos darem exemplos de conjuntos, sendo dado vários exemplos interessantes, e um que foi de grande valia para o prosseguirmos a aula. O aluno disse que o conjunto de alunos presentes na sala era um conjunto. Assim outro discente perguntou se cada grupo de alunos presente naquela sala era um grupo. Explicamos que também seria um grupo, cuja característica como um grupo menor do todo, chamado na matemática, de subgrupo.

Foi pedido para que os alunos dissessem quantos subgrupos havia na sala, desconsiderando a professora presente. Mas, a professora falou que era um grupo unitário, sendo considerada também na contagem.

Neste encontro os alunos estavam muito participativos na aula. Continuamos assim, questionando-os sobre as formas das quais se podem representar um conjunto, disseram que poderiam ser representados por chaves ou escrevendo o conjunto por diagrama; e por meio de uma característica do conjunto que neste caso exemplificamos o conjunto dos números naturais entre zero e dez.

Prosseguindo, foi realizado a construção dos conjuntos numéricos, começando pelos naturais até o conjunto dos números irracionais. Sempre com auxílio dos alunos. A participação dos discentes era constante, tivemos até um aluno indo ao quadro tentando realizar a construção do conjunto dos números naturais.

Esta parte da aula foi muito interessante devido as perguntas feitas pelos alunos, como por exemplo se o zero pertence ou não ao conjunto dos números naturais. Na parte de caracterizar o conjunto os números irracionais, solicitamos que os alunos pegassem o celular ou calculadora e nos dissessem o valor obtido da raiz de dois sendo dada cerca de 8 casas decimais. Sendo esclarecido que isso ocorre devido ao arredondamento realizado pela calculadora e que até nos dias atuais não se descobriu uma periodicidade do número raiz de dois em relação as suas casas decimais, mas que no futuro ele possa vir a ser considerado um número racional.

Voltando a caracterização dos Números irracionais, alguns alunos disseram que esse número era irracional por ter infinitas casas decimais. Voltamos ao exemplo de um número que tinha infinitas casas decimais, mas era racional, mostrando o equívoco da definição dada pelo aluno. Então disseram que o fato desse número ser irracional era devido ele ter infinitas casas decimais, mas não ser periódica.

Após, foi explicado as operações entre conjuntos, e pedido para que os alunos realizassem a próxima atividade do material doa aluno. Solicitamos que um integrante de cada grupo fosse ao quadro e colocasse os números fornecidos em seus respectivos conjuntos, consideramos muito produtiva esta atividade.

Após o intervalo, fizemos a fixação do conteúdo, utilizando exercícios. Ao nosso ver, a dificuldade maior dos alunos era de “traduzir” o enunciado do problema para a linguagem matemática. Vendo isso resolvemos um dos problemas com eles, explicando algebricamente e por meio de diagramas a resolução do mesmo.

O problema 6 do material do aluno acabou dando polêmica, devido ao seu enunciado. Por outro lado, foi o problema mais interessante da aula, todos os grupos que estavam na sala estavam tentando resolver, mostravam a forma com que estavam pensando, alguns pouco equivocados. Então a professora Veruska foi ao quadro fazer sua resolução, surgindo questionamentos de onde surgiam alguns valores, mas ao final acredito que os alunos compreenderam.

Mesmo o problema 6 ter gerado polêmica, acreditamos que ele foi o mais produtivo, pois pudemos observar o interesse dos alunos em sua resolução. Além de vermos se os alunos realmente entenderam as operações entre conjuntos, os alunos argumentaram matematicamente o porquê de suas resoluções estarem corretas.

Não deu tempo de trabalhar com intervalos, mas, foi muito gratificante ver que os discentes compreenderam e souberam fazer uso do conteúdo referente a conjuntos por nós trabalhado.

MATERIAL DO ALUNO- 5° Encontro

NOME:	**DATA:___/___/2018.**

Projeto PROMAT-2018. Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE

Representações de um conjunto

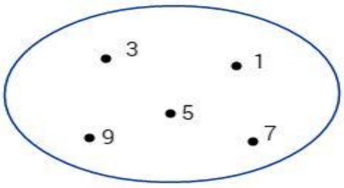
- Enumerando os elementos:

A = { 1,3,5,7,9}.

- Considerando uma propriedade própria dos elementos;

A = { x|x é um número natural ímpar menor que 10}.

- Por meio de uma figura (diagrama de Venn);



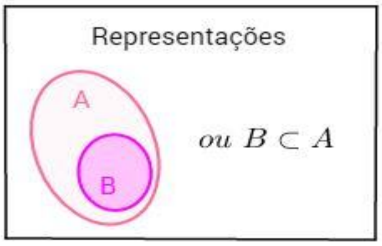
Obs: As três representações são equivalentes.

Igualdade entre conjuntos

Dois conjuntos A e B, são iguais (A=B) quando têm os mesmos elementos, caso contrário A é diferente de B (A≠B).

Subconjunto de um conjunto

Dizemos que B é subconjunto do conjunto A se, e somente se, todos os elementos de B pertencem a A.



Operações entre conjuntos

- **União de conjuntos**

Dados dois conjuntos, A e B, a união de A e B é o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A ou a B,

Representação: $A \cup B = \{x | x \in A \text{ ou } x \in B\}$.

- **Intersecção de conjuntos**

Dados dois conjuntos, A e B a intersecção de A e B é o conjunto formado pelos elementos que pertencem A e a B.

Representação: $A \cap B = \{x | x \in A \text{ e } x \in B\}$.

- **Diferença de conjuntos.**

Dados dois conjuntos, A e B a diferença de A e B é o conjunto formado pelos elementos que pertencem A mas não pertencem a B.

Representação: $A - B = \{x | x \in A \text{ e } x \notin B\}$.

EXERCÍCIOS

1. Sabendo que A = {1, 2, 3, 4}, B = {4,5, 6} e C = {1, 6, 7, 8, 9}, podemos afirmar que o conjunto $(A \cap B) \cup C$ é:

A) {1, 4}

B) {1, 4, 6, 7}

C) {1, 4, 5, 6}

D) {1, 4, 6, 7, 8, 9}

2. (UNESP)- Numa classe de 30 alunos, 16 gostam de Matemática e 20 gostam de História. O número de alunos desta classe que gostam de Matemática e História é?

3. (FATEC-SP)- O conjunto A tem 20 elementos, $A \cap B$ tem 12 elementos e A

∪ B tem 60 elementos. O número de elementos do conjunto B é?

4.(PUC)- Numa pesquisa de mercado, verificou-se que 15 pessoas utilizam pelo menos um dos produtos A ou B. Sabendo que 10 destas pessoas não usam o produto B e que 2 destas pessoas não usam o produto A, qual é o número de pessoas que utilizam os produtos A e B?

5. (ENEM)- No dia 17 de maio próximo passado, houve uma campanha de doação de sangue em uma Universidade. Sabemos que o sangue das pessoas pode ser classificado em quatro tipos quanto a antígenos. Uma pesquisa feita com um grupo de 100 alunos da Universidade constatou que 42 deles têm o antígeno A, 36 têm o antígeno B e 12 o antígeno AB. Sendo assim, podemos afirmar que o número de alunos cujo sangue tem o antígeno O é?

6.(FAAP-SP)- Foi feita uma pesquisa com todos os alunos de uma escola e constatou-se que 56 leem a revista A, 21 as revistas A e B, 106 apenas uma das revistas e 66 não leem a revista B. Qual o número de alunos dessa escola?

7. (Unifap) O dono de um canil vacinou todos os seus cães, sendo que 80% contra parvovirose e 60% contra cinomose. Determine o porcentual de animais que foram vacinados contra as duas doenças.

Conjuntos numéricos

Conjunto dos números **naturais** tem infinitos elementos é indicado por:

$\mathbb{N}$ = {0, 1, 2, 3, ….,}.

Conjuntos dos números **inteiros,** acrescentamos aos naturais os números negativos, que é representado por:

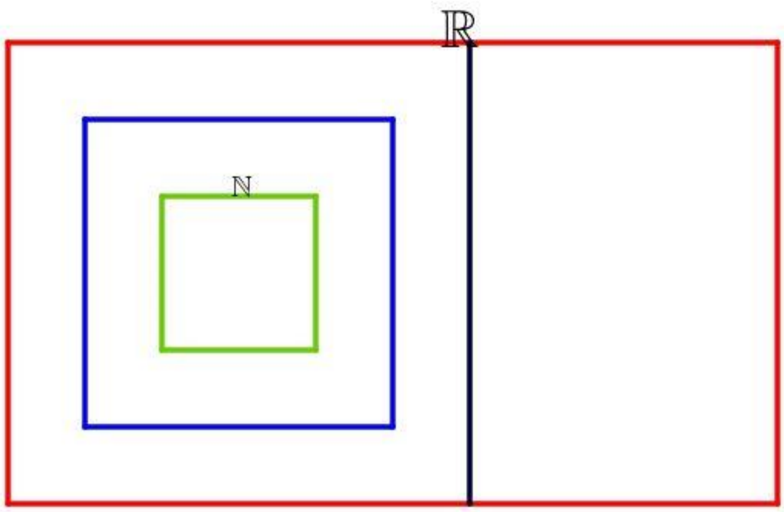
$\mathbb{Z}$= {...., -2, -1, 0, 1, 2, ….}.

Conjunto dos números **racionais** é formado por todos os números que podem ser escritos na forma da razão $\frac{a}{b}$, com a ∈ Z e b ∈ Z-{0}, que indicamos por $\mathbb{Q}$

Conjuntos dos números **irracionais** é formado pelos números que não podem ser escritos na forma de uma razão.

Conjuntos dos números **reais**: a reunião dos números racionais com o dos números irracionais resulta no conjunto dos números reais, representado por:
$\mathbb{R}$ = { -1, -0,75, -0,101001000…, 0, 1, $\sqrt{2}$,$\sqrt{3}$,2,.....}

Atividade- Represente os conjuntos numéricos no diagrama abaixo, e coloque os números em seus respectivos conjuntos. -58, 1.5, ½ , $\frac{9}{9}$, 0.50, π, $\frac{8}{4}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\frac{5}{2}$, -10,-$\frac{6}{5}$.



EXERCÍCIOS

1.Dados os conjuntos A = {0;1}, B = {0;2;3} e C = {0;1;2;3}, classifique em verdadeiro (V) ou falso (F) cada afirmação abaixo:

a) ( ) A = B
b) ( ) {1}∈ A
c) ( ) A ⊂ C
d) ( ) B = C
e) ( ) B ⊂ C
f) ( ) {0;2} ⊂ B

2. São dados os conjuntos:

A = {x ∈ N / x é ímpar},
B = {x ∈ Z / – 3 ≤ x < 4},
C = {x ∈ Z / x < 6}.

Calcule:

a) A =

b) B =

c) C =

d) $(A \cap B) \cup (B \cap C) =$

PROMAT – 6º ENCONTRO

PLANO DE AULA -16/06/2018

Público-Alvo:

Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas aulas.

Objetivo Geral:

Objetiva-se que os alunos compreendam o que é uma função afim, e consigam mobilizar conhecimentos sobre este conteúdo, para resolução de problemas.

Objetivos Específicos:

Ao se trabalhar com função afim, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Identificar uma função afim;
- Identifique e compreenda os coeficientes angular e linear;
- Obtenha a lei de formação de uma função afim, dado seu gráfico ou dois pontos do gráfico.
- Construir o gráfico de funções do primeiro grau;
- Identifique qual é variável dependente e independente de uma função;
- Resolva problemas envolvendo os tópicos acima.

Conteúdo: Função afim.

Recursos Didáticos: quadro, giz, folha sulfite, projetor, Geogebra e Palitos de picolé.

Encaminhamento metodológico:

Dividiremos a turma em grupos de no máximo 4 pessoas. Entregaremos a eles alguns palitos e uma tabela para que os alunos preencham. Esta atividade tem objetivo de introduzir função afim, fazendo com que os alunos enxerguem a regularidade presente na construção de triângulos

Atividade 1

Em seu grupo, com os palitos fornecidos, construam triângulos com esses palitos, como estes da figura abaixo:

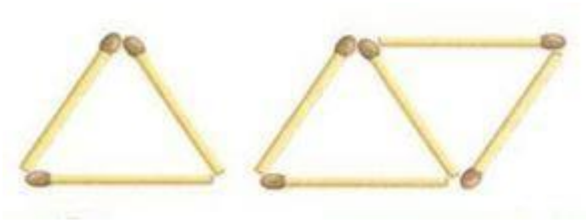


Figura: Palitos.
Fonte: As autoras.

a) Preencha a tabela abaixo com o que se pede.

Número de triângulos	Número de palitos
1	3
2	
3	
4	
5	
6	

Tabela: Número de triângulos.
Fonte: As autoras.

b) Antes de fazer a próxima construção, respondam: quantos palitos serão necessários para a construção de 5 triângulos? E para a construção de 6 triângulos?

c) Agora, façam a construção de cinco e seis triângulos e verifiquem a resposta que vocês deram.

d) Pode-se dizer que o número de palitos depende do número de triângulos?

e) Qual a relação entre o número de palitos e o número de triângulos construídos?

Após os alunos responderem as questões em seus materiais, faremos uma discussão sobre os resultados encontrados.

Atividade 2

Entregaremos um novo questionário com as seguintes indagações.

a) Quais são as grandezas envolvidas nessa atividade?

b) Identifique a variável dependente e a variável independente.

c) Observem o padrão, ou seja, a regularidade existente nos triângulos construídos e escrevam a fórmula (lei) matemática que associa o número de palitos (P) em função do número de triângulos (t) construídos.

d) Usem a lei que vocês descobriram para encontrar o número de palitos necessários para construir: * 10 triângulos * 15 triângulos * 25 triângulos.

e) Esboce o gráfico da função encontrada.

Formalização

Por meio da função encontrada definiremos função afim, coeficiente linear e angular.

Definição: Chama-se **função polinomial do 1º grau**, ou **função afim**, a qualquer função de IR em IR dada por uma lei da forma $f(x) = ax + b$, onde a e b são números reais fixos e $a \neq 0$.

Na função $f(x) = \mathbf{a}x + \mathbf{b}$, o número **a** é chamado de coeficiente angular e o número **b** é chamado coeficiente linear.

Então será proposto o problema 1, de modo a induzi-los a entenderem o “papel” dos coeficientes linear e angular.

Problema 1

a)

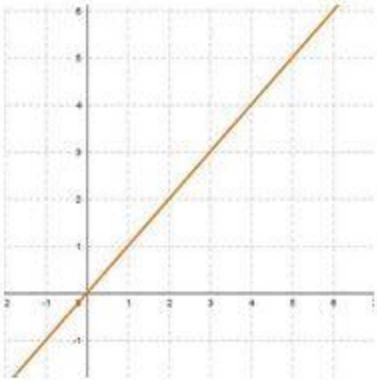


Figura: Função a.
Fonte: As autoras.

b)

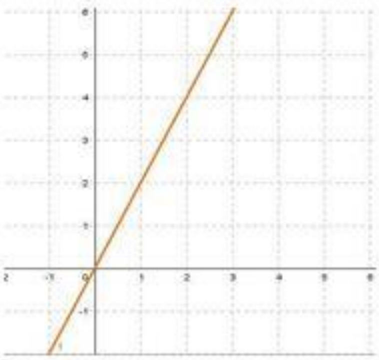


Figura: Função b.
Fonte: As autoras.

c)

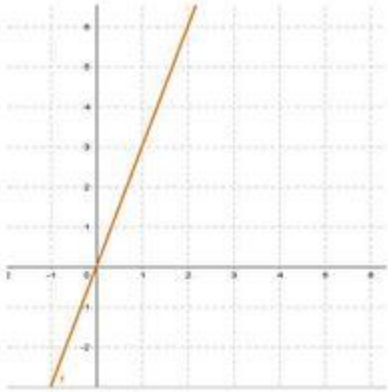


Figura: Função c.
Fonte: As autoras.

d)

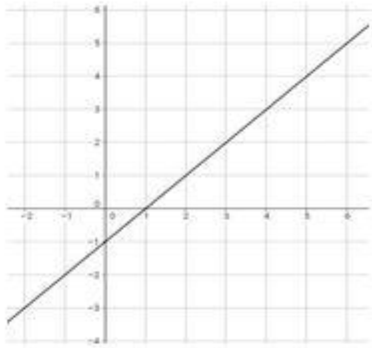


Figura: Função d.
Fonte: As autoras.

e)

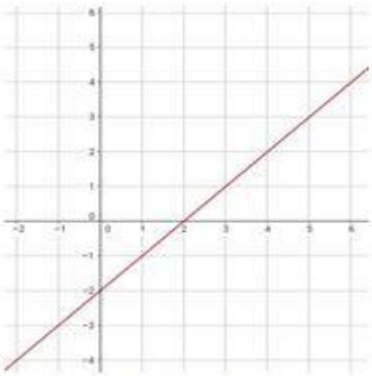


Figura: Função e.
Fonte: As autoras.

f)

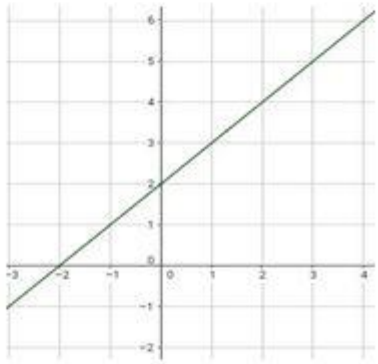


Figura: Função f
Fonte: As autoras.

.

Deixaremos um tempo para que os alunos obtenham as leis de formação, então, faremos a resolução no quadro, e uma amostragem com o Geogebra, com intuito de mostrar o “papel” do coeficiente angular. Após faremos o mesmo para o linear.

Problema 2. Determine a função que passa pelos pontos A= (2,4) e B = (-2,-2). Faça o esboço do seu gráfico.

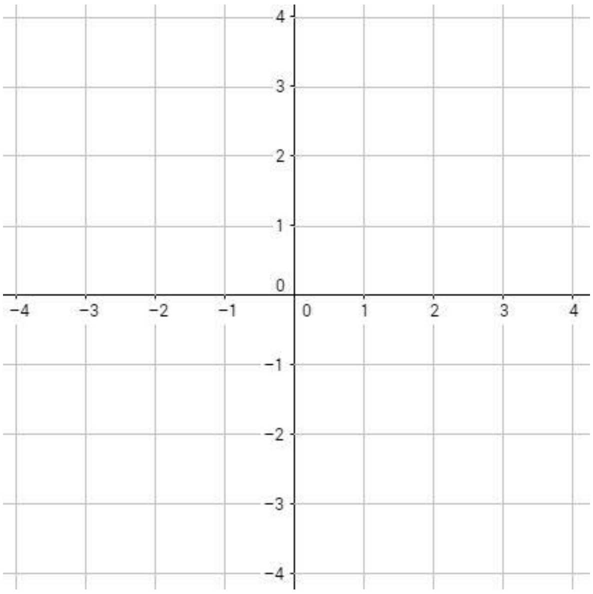


Figura: Plano cartesiano.
Fonte: As autoras.

3.(ENEM 2016) - Uma empresa farmacêutica fez um estudo da eficácia (em porcentagem) de um medicamento durante 12 h de tratamento em um paciente. O medicamento foi administrado em duas doses, com espaçamento de 6 h entre elas. Assim que foi administrada a primeira dose, a eficácia do remédio cresceu linearmente durante 1 h, até atingir a máxima eficácia (100%), e permaneceu em máxima eficácia durante 2 h. Após essas 2 h em que a eficácia foi máxima, ela passou a diminuir linearmente, atingindo 20% de eficácia ao completar as 6 h iniciais de análise. Nesse momento, foi administrada a segunda dose, que passou a aumentar linearmente, atingindo a máxima eficácia após 0,5 h e permanecendo em 100% por 3,5 h. Nas horas restantes da análise, a eficácia decresceu linearmente, atingindo ao final do tratamento 50% de eficácia. Considerando as grandezas tempo (em hora), no eixo das abscissas; e eficácia do medicamento (em porcentagem), no eixo das ordenadas, qual é o gráfico que representa tal estudo?

4. (ENEM 2017) Em um mês, uma loja de eletrônicos começa a obter lucro já na primeira semana. O gráfico representa o lucro (L) dessa loja desde o início do mês até o dia 20. Mas esse comportamento se estende até o último dia, o dia 30.

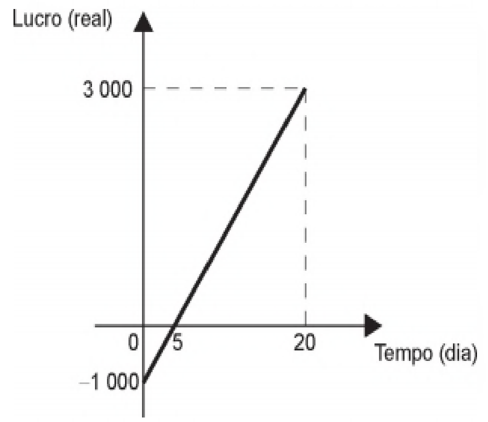


Figura: Lucro por tempo.
Fonte: http://www.cursoexpoente.com.br/wp-content/uploads/2018/04/Fun%C3%A7%C3%A3oAfim360.pdf

A representação algébrica do lucro (L) em função do tempo (t) é dada por qual expressão?

5. (Enem 2016) - Para uma feira de ciências, dois projéteis de foguetes, A e B, estão sendo construídos para serem lançados. O planejamento é que eles sejam lançados juntos, com o objetivo de o projétil B interceptar o A quando esse alcançar sua altura máxima. Para que isso aconteça, um dos projéteis descreverá uma trajetória parabólica, enquanto o outro irá descrever uma trajetória supostamente retilínea. O gráfico mostra as alturas alcançadas por esses projéteis em função do tempo, nas simulações realizadas.

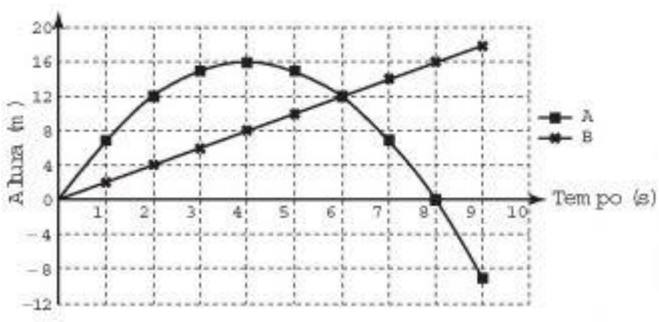


Figura: Projétil.
Fonte: http://www.matematicarlos.com.br/prova-do-enem-2016-amarela/

Com base nessas simulações, observou-se que a trajetória do projétil B deveria ser alterada para que o objetivo fosse alcançado. Para alcançar o objetivo, qual deve ser o coeficiente angular da reta que representa a trajetória de B?

6. O prefeito de uma cidade deseja construir uma rodovia para dar acesso a outro município. Para isso, foi aberta uma licitação na qual concorreram duas empresas. A primeira cobrou R$ 100 000,00 por km construído (***n***), acrescidos de um valor fixo de R$ 350 000,00, enquanto a segunda cobrou R$ 120 000,00 por km construído (***n***), acrescidos de um valor fixo de R$ 150 000,00. As duas empresas apresentam o mesmo padrão de qualidade dos serviços prestados, mas apenas uma delas poderá ser contratada. Do ponto de vista econômico, qual equação possibilitaria encontrar a extensão da rodovia que tornaria indiferente para a prefeitura escolher qualquer uma das propostas apresentadas?

a) $100n + 350 = 120n + 150$.
b) $100n + 150 = 120n + 350$.
c) $100(n + 350) = 120(n + 150)$.
d) $100(n + 350\ 000) = 120(n + 150\ 000)$.
e) $350(n + 100\ 000) = 150(n + 120\ 000)$.

Relato descritivo- reflexivo- 6° Encontro

Começamos o sexto encontro do Promat com a atividade 1 do material do aluno, sendo realizada a construção dos triângulos pelos alunos de forma muito rápida. Entretanto na hora de deduzir a lei de formação da função, a maior parte da sala teve muitas dificuldades, exceto por um aluno que observou que número de palitos necessários sempre era o dobro do número de triângulos mais um. Para contornar isso, fizemos a construção da tabela abaixo.

Número de triângulos	**Número de palitos**
1	3
2	3+2=5
3	3+2+2=7
4	3+2+2+2=9
5	3+2+2+2+2=11
6	3+2+2+2+2+2=13

Tabela: Número de triângulos.
Fonte: As autoras.

Assim, os alunos começaram a ver a regularidade, dada por p(n)=(n-1)2+3. Então perguntamos se as duas “fórmulas” fornecidas eram iguais, e comparamos elas por meio de uma equação.

Explicamos como localizar pontos no eixo cartesiano, bem como a realização da construção do gráfico com auxílio da tabela, sendo de grande proveito pelos alunos para entenderem a regularidade. Na realização da definição de função afim, e sua representação gráfica os alunos não tiveram muitas dificuldades.

Após o intervalo, passamos o problema 1 para os alunos resolverem, sem explicação prévia. Passamos nas carteiras instigando os alunos a utilizarem as equações obtidas por meio dos pontos do gráfico, para obtenção do coeficiente angular e linear. Com exceção de um grupo de alunos, todos conseguiram concluir a resolução. Houve alunos que obtiveram o coeficiente angular por meio da taxa de variação da função. Então, realizamos a resolução do problema a) por meio de sistemas e pela taxa de variação. Assim deixamos que os alunos terminassem de realizar a atividade,

Conferimos a resolução dos alunos no software Geogebra, e explicamos o que ocorria conforme mudava o valor do coeficiente angular e linear, sendo de grande valia para os discentes. No restante da aula os alunos resolveram os demais exercícios do material do aluno, pelo que observamos a dificuldade maior era em montar o sistema de equações, para obtenção da função afim, mas no restante das coisas os alunos não tiveram muitas dificuldades.

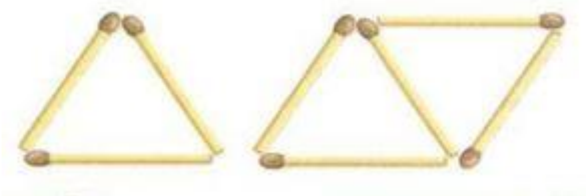
MATERIAL DO ALUNO- 6° Encontro

NOME:	**DATA:___/___/2018.**

Projeto PROMAT-2018. Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE

Atividade 1

Em seu grupo, com os palitos fornecidos, construam triângulos com esses palitos, como estes da figura abaixo:



a) Preencha a tabela abaixo com o que se pede.

Número de triângulos	Número de palitos
1	3
2	
3	
4	
5	
6	

b) Antes de fazer a próxima construção, respondam: quantos palitos serão necessários para a construção de 5 triângulos? E para a construção de 6 triângulos?

c) Agora, façam a construção de cinco e seis triângulos e verifiquem a resposta que vocês deram.

d) Pode-se dizer que o número de palitos depende do número de triângulos?

e) Qual a relação entre o número de palitos e o número de triângulos construídos?

Atividade 2

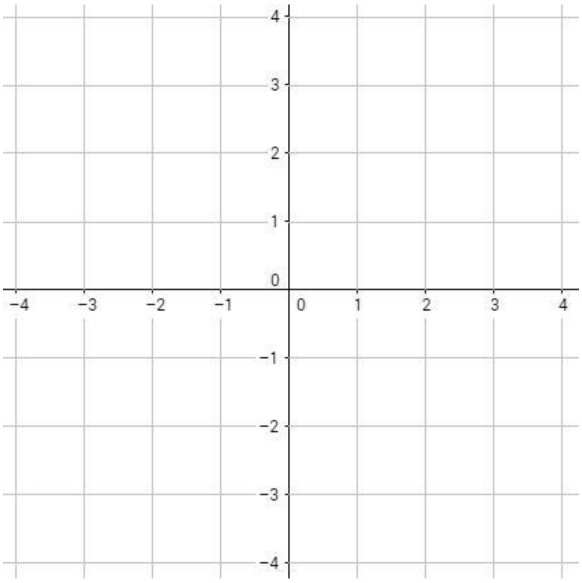
a) Quais são as grandezas envolvidas nessa atividade?

b) Identifique a variável dependente e a variável independente.

c) Observem o padrão, ou seja, a regularidade existente nos triângulos construídos e escrevam a fórmula (lei) matemática que associa o número de palitos (P) em função do número de triângulos (t) construídos.

d) Usem a lei que vocês descobriram para encontrar o número de palitos necessários para construir: * 10 triângulos * 15 triângulos * 25 triângulos.

e) Esboce o gráfico da função encontrada.

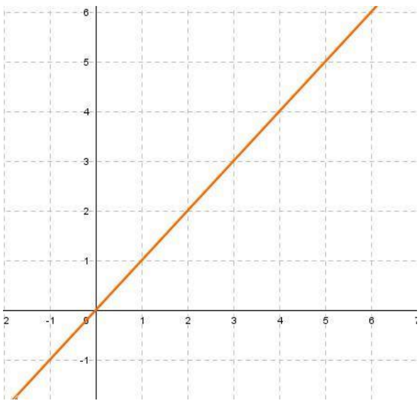


Definição: Chama-se **função polinomial do 1º grau**, ou **função afim**, a qualquer função de IR em IR dada por uma lei da forma $f(x) = ax + b$, onde a e b são números reais fixos e $a \neq 0$.

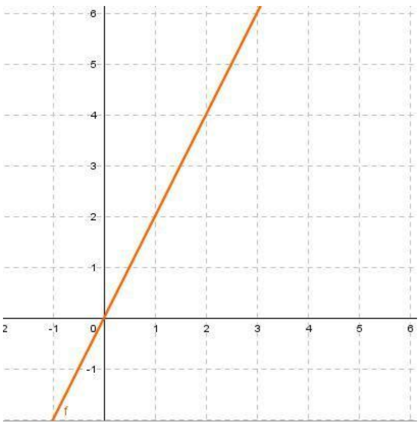
Na função f(x) = **a**x + **b**, o número **a** é chamado de coeficiente angular e o número **b** é chamado coeficiente linear.

Problema 1: Dado os gráficos das funções afim, escreva a função correspondente, ou seja, determine os coeficientes a e b que expressem a lei dessas funções.

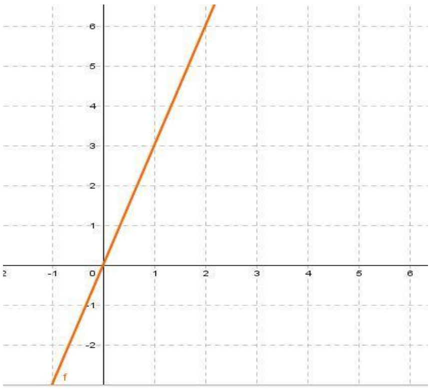
a)



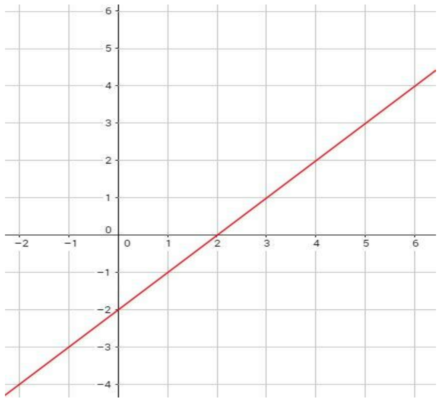
b)



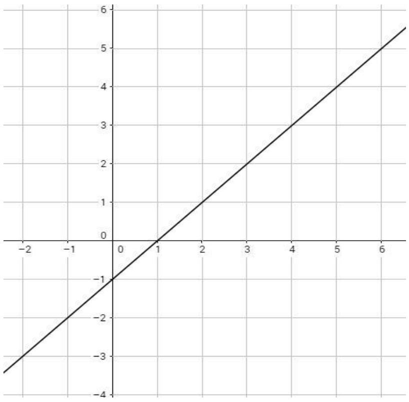
c)



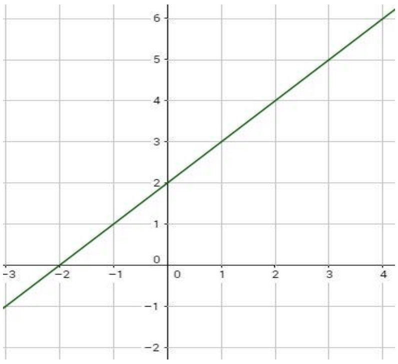
e)



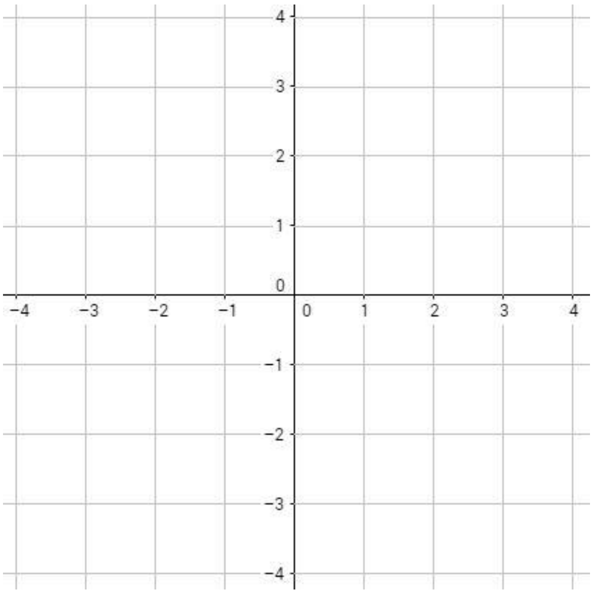
d)



f)

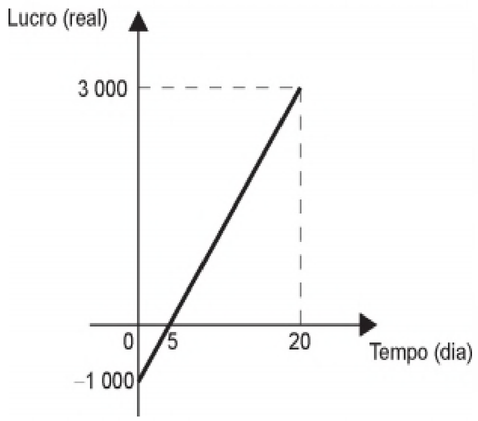


Problema 2. Determine a função que passa pelos pontos A= (2,4) e B = (-2,-2). Faça o esboço do seu gráfico.



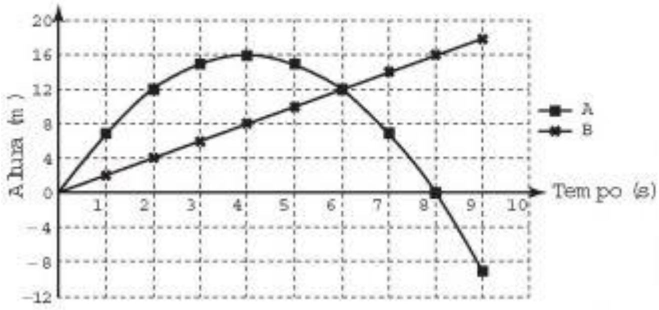
3. (ENEM 2016) - Uma empresa farmacêutica fez um estudo da eficácia (em porcentagem) de um medicamento durante 12 h de tratamento em um paciente. O medicamento foi administrado em duas doses, com espaçamento de 6 h entre elas. Assim que foi administrada a primeira dose, a eficácia do remédio cresceu linearmente durante 1 h, até atingir a máxima eficácia (100%), e permaneceu em máxima eficácia durante 2 h. Após essas 2 h em que a eficácia foi máxima, ela passou a diminuir linearmente, atingindo 20% de eficácia ao completar as 6 h iniciais de análise. Nesse momento, foi administrada a segunda dose, que passou a aumentar linearmente, atingindo a máxima eficácia após 0,5 h e permanecendo em 100% por 3,5 h. Nas horas restantes da análise, a eficácia decresceu linearmente, atingindo ao final do tratamento 50% de eficácia. Considerando as grandezas tempo (em hora), no eixo das abscissas; e eficácia do medicamento (em porcentagem), no eixo das ordenadas, qual é o gráfico que representa tal estudo?

4. (ENEM 2017) - Em um mês, uma loja de eletrônicos começa a obter lucro já na primeira semana. O gráfico representa o lucro (L) dessa loja desde o início do mês até o dia 20. Mas esse comportamento se estende até o último dia, o dia 30.



A representação algébrica do lucro (L) em função do tempo (t) é dada por qual expressão?

5. (Enem 2016) - Para uma feira de ciências, dois projéteis de foguetes, A e B, estão sendo construídos para serem lançados. O planejamento é que eles sejam lançados juntos, com o objetivo de o projétil B interceptar o A quando esse alcançar sua altura máxima. Para que isso aconteça, um dos projéteis descreverá uma trajetória parabólica, enquanto o outro irá descrever uma trajetória supostamente retilínea. O gráfico mostra as alturas alcançadas por esses projéteis em função do tempo, nas simulações realizadas.



Com base nessas simulações, observou-se que a trajetória do projétil B deveria ser alterada para que o objetivo fosse alcançado.
Para alcançar o objetivo, qual deve ser o coeficiente angular da reta que representa a trajetória de B?

6. O prefeito de uma cidade deseja construir uma rodovia para dar acesso a outro município. Para isso, foi aberta uma licitação na qual concorreram duas empresas. A primeira cobrou R$ 100 000,00 por km construído (***n***), acrescidos de um valor fixo de R$ 350 000,00, enquanto a segunda cobrou R$ 120 000,00 por km construído (***n***), acrescidos de um valor fixo de R$ 150 000,00. As duas empresas apresentam o mesmo padrão de qualidade dos serviços prestados, mas apenas uma delas poderá ser contratada.
Do ponto de vista econômico, qual equação possibilitaria encontrar a extensão da rodovia que tornaria indiferente para a prefeitura escolher qualquer uma das propostas apresentadas?

a)100n + 350 = 120n + 150
b) 100n + 150 = 120n + 350
c) 100(n + 350) = 120(n + 150)
d) 100(n + 350 000) = 120(n + 150 000)
e) 350(n + 100 000) = 150(n + 120 000)

PROMAT – 7° ENCONTRO

PLANO DE AULA -23/06/2018

Público-Alvo:

Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas aulas.

Objetivo Geral:

Compreendam e saibam utilizar os elementos que constituem uma função quadrática.

Objetivos Específicos:

Ao se trabalhar com função quadrática, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Identificar uma função quadrática;
- Compreenda a influência dos coeficientes em relação ao gráfico;
- Visualizar a simetria da função;
- Compreender o que é raiz;
- Encontrar os pontos de máximo ou mínimo;
- Construir o gráfico da função quadrática.

Conteúdo: Função quadrática.

Recursos Didáticos: quadro, giz, folha sulfite, projetor, Geogebra.

Encaminhamento metodológico:

Introdução função quadrática

Daremos início ao assunto de função quadrática, fazendo a definição formal, e explicando por que recebe o nome de função do segundo grau.

Definição: Uma função que associa cada número real x a um número real $f(x)$= ax2+bx+c com a,b,c ∈ R e a ≠ 0, é chamada de função do segundo grau ou função quadrática.

O intuito do exercício a seguir é trabalhar com a definição de função quadrática.

Exercício 1: Identifique quais das funções abaixo são quadráticas. Encontre os coeficientes.

f(x)=0x2+2x+1.

g(x)=x2+3x-4.

h(x)=-2x2-4x+2.

v(x)=(x+2).(x-2).

0=(x+2).(x-2).

j(x)=-x2 +(x+2).(x-2).

Faremos as construções dos gráficos no software GeoGebra, questionando-os sobre como os coeficiente “a” e “c” influenciam no gráfico. Sendo construído uma função quadrática genérica, e feito a variação dos coeficientes. Mostrando que a imagem do valor zero sempre é o valor do coeficiente c.

Observação: A concavidade da parábola é determinada pelo coeficiente “a”, e é voltada para cima se, e somente se, a > 0. Reciprocamente sua concavidade é voltada para baixo se, e somente se, a < 0.

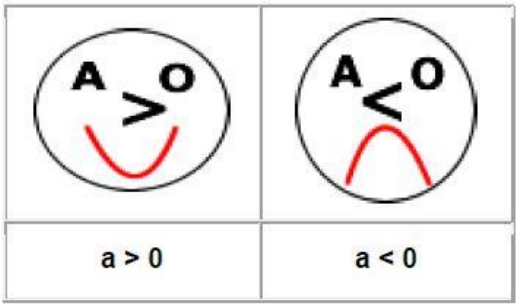


Figura: Caras
Fonte: As autoras

O próximo problema consiste em obter uma lei de formação para a função quadrática, fazendo os alunos verem uma aplicação da função quadrática.

1. (Enem 2009) - Um posto de combustível vende 10.000 litros de álcool por dia a R$ 1,50 cada litro. Seu proprietário percebeu que, para cada centavo de desconto que concedia por litro, eram vendidos 100 litros a mais por dia. Por exemplo, no dia em que o preço do álcool foi R$ 1,48, foram vendidos 10.200 litros. Considerando x o valor, em centavos, do desconto dado no preço de cada litro, e V o valor, em R$, arrecadado por dia com a venda do álcool, então a expressão que relaciona V e x é dada por?

- **Raízes de uma função quadrática**

Definiremos o que são raízes de uma função quadrática, por meio do problema abaixo:

2. (ENEM 2016) - Para evitar uma epidemia, a Secretaria de Saúde de uma cidade dedetizou todos os bairros, de modo a evitar a proliferação do mosquito da dengue. Sabe-se que o número *f* de infectados é dado pela função $f(t) = -2t^2 + 120t$ (em que *t* é expresso em dia e $t = 0$ é o dia anterior à primeira infecção) e que tal expressão é válida para os 60 primeiros dias da epidemia. A Secretaria de Saúde decidiu que uma segunda dedetização deveria ser feita no dia em que o número de infectados chegasse à marca de 1 600 pessoas, e uma segunda dedetização precisou acontecer. Quando a segunda dedetização começou?

Definição: Os zeros ou raízes da função quadrática $f(x)$=ax2+bx+c são os valores de x para os quais temos que $f(x)$=0.

Máximos e Mínimos

Dado o gráfico da função g e após da h, questionaremos os alunos se eles sabem qual é o significado geométrico do ponto de máximo ou mínimo de uma função quadrática. E se sabem como obtê-los algebricamente. Deixando claro o significado dos mesmos.

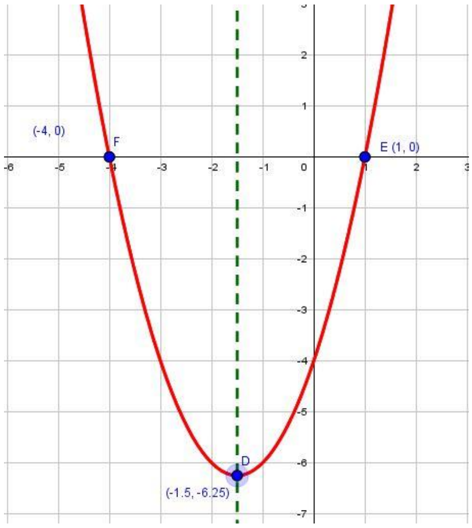


Figura 2: Função g.
Fonte as autoras.

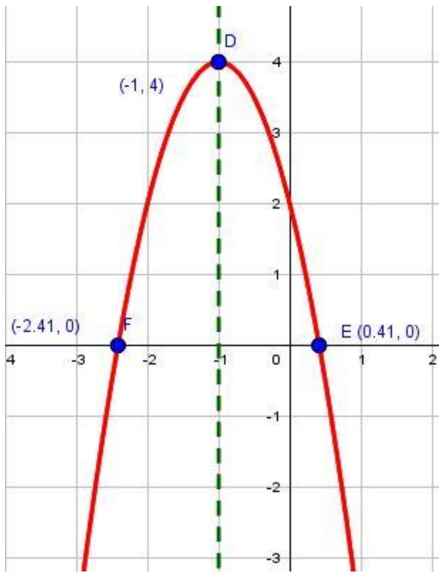


Figura 3: Função h.
Fonte as autoras.

Mostraremos para os alunos como obter o ponto de máximo ou mínimo dado a fórmula e X_v=-b/2a e Y_v= - Δ/4a.

Definição: Seja uma função quadrática tal que a>0 (a<0). Sendo assim esta função tem ponto de mínimo (máximo) (vértice da parábola) e este ponto é dado por V=(-b/2a,- Δ/4a).

- **Aplicação**

Exercício 2: Obtenha o ponto de máximo ou mínimo das funções. Construa o gráfico.

$p(x) = -2x^2 - 4x + 1$. $h(x) = 3x^2 - 2x + 1$.

$g(x) = 2x^2 - 1$. $v(x) = x^2 - 4x + 5$.

Simetria da função quadrática

Mostraremos a simetria da parábola por meio da dobradura de uma parábola no papel milimetrado, pedindo para que os alunos façam o mesmo com a parábola construída por eles. Mostrando que um lado sobrepõe o outro, sendo assim simétrica, em relação ao eixo de simetria.

Todos os conceitos em uma única situação

A situação a qual vamos apresentar a seguir tem como objetivo enfatizar o estudo dos elementos principais da função quadrática. Instigaremos a aplicação dos conceitos já estudados fazendo uso da representação do lucro de uma empresa, dessa forma, será fornecido o gráfico da função que descreve a situação a qual se deseja resolver. Dando uma visão realista da necessidade de saber interpretar o gráfico e da realidade por trás dele. Assim, retiraremos por meio dele os conceitos já vistos.

Problema 3:

Uma empresa de televisão a cabo, que tem 20.000 assinaturas e cobra de cada um R$ 35,00 mensais, fez uma pesquisa de mercado para decidir o aumento ou redução que aplicará na sua mensalidade. Os resultados desse estudo estão apresentados a seguir.

O gráfico abaixo representa o Lucro/Prejuízo em reais, em função da quantidade adicionada ou retirada do preço original da mensalidade (R$ 35,00).

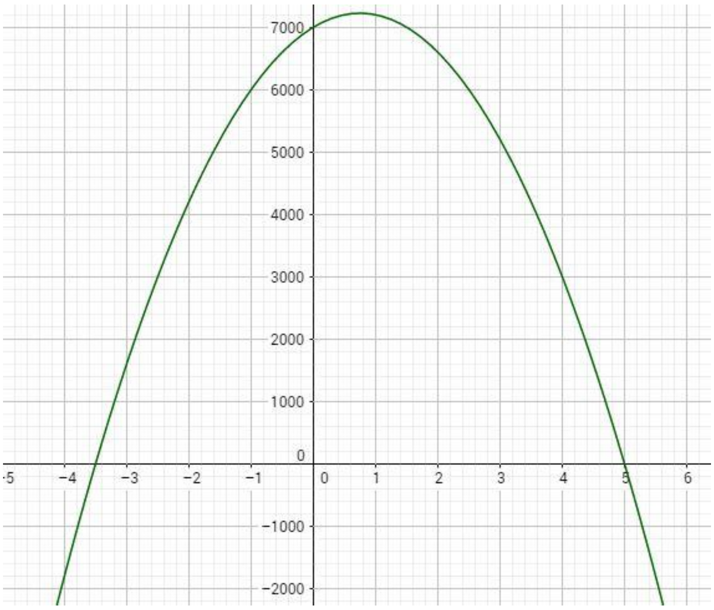


Figura: mensalidade x lucro.
Fonte: Os autores.

Sugerimos que nesse momento o professor levante com os alunos os questionamentos abaixo:

a. Pode-se dizer que a cada real aumentado na mensalidade, aumenta o valor do lucro?

b. Qual é o valor do lucro da empresa, caso ela aumentar R$ 4,00? E se diminuir R$ 2,50?

c. Qual o valor do lucro ou prejuízo, caso o valor da mensalidade seja de R$ 40,50? E se o valor da mensalidade for de R$31,00?

d. Qual deve ser o valor da mensalidade para que a empresa obtenha maior lucro?

e. Dependendo do aumento do valor da mensalidade a empresa pode ter prejuízo? Justifique.

f. Há um valor da mensalidade o qual a empresa não obtém lucro?

g. É possível saber quanto a empresa irá obter de lucro ou prejuízo, se ela aumentar em R$ 8,00 reais a mensalidade?

h. Há como obter o valor do lucro ou prejuízo, para qualquer aumento ou desconto aplicado?

As questões anteriores, sintetizam os conceitos já vistos. Trabalhando a simetria, o ponto de máximo, o valor de uma função, o crescimento e decrescimento, as raízes da função. É um problema com uma contextualização da vida real, podendo utilizar o mesmo para levantar hipóteses por que a empresa está tendo prejuízo se aumenta ou diminui um certo valor da mensalidade.

Problemas:

5. (Enem 2015 adaptada) - Um estudante está pesquisando o desenvolvimento de certo tipo de bactéria. Para essa pesquisa, ele utiliza uma estufa para armazenar as bactérias. A temperatura no interior dessa estufa, em graus Celsius, é dada pela expressão $T(h) = -h^2 + 22h - 85$, em que h representa as horas do dia. Sabe-se que o número de bactérias é o maior possível quando a estufa atinge sua temperatura máxima e, nesse momento, ele deve retirá-las da estufa. Desta forma qual horário o estudante deverá retirá-las da estufa?

6 (Enem 2013) - Uma pequena fábrica vende seus bonés em pacotes com quantidades de unidades variáveis. O lucro obtido é dado pela expressão $L(x) = -x^2 + 12x - 20$, onde x representa a quantidade de bonés contidos no pacote. A empresa pretende fazer um único tipo de empacotamento, obtendo um lucro máximo. Para obter o lucro máximo nas vendas, os pacotes devem conter uma quantidade de bonés igual a?

Problema desafio

O problema abaixo é sugerido como desafio para os alunos, envolvendo conceitos de área de um retângulo, e os conceitos de uma função quadrática.

8) (Enem 2016) - Um túnel deve ser lacrado com uma tampa de concreto. A seção transversal do túnel e a tampa de concreto têm contornos de um arco de parábola e mesmas dimensões. Para determinar o custo da obra, um engenheiro deve calcular a área sob o arco parabólico em questão. Usando o eixo horizontal no nível do chão e o eixo de simetria da parábola como eixo vertical, obteve a seguinte equação para a parábola: $y = 9 - x^2$, sendo x e y medidos em metros. Sabe-se que a área sob uma parábola como esta é igual a 2/3 da área do retângulo cujas dimensões são, respectivamente, iguais à base e à altura da entrada do túnel. Qual é a área da parte frontal da tampa de concreto, em metro quadrado?

Relato descritivo- reflexivo- 7° Encontro

Demos início ao encontro relembrando as características da função quadrática, bem como o seu gráfico. Realizamos a resolução do problema 4 do material do aluno (6° encontro), e o problema 3 o qual pedimos para os alunos como deveria ser feita a construção do gráfico descrito pelo enunciado, assim foi feito a sua construção e identificado a alternativa correta.

Definimos função quadrática ou função do segundo grau, explicando a diferença dela para a função afim, também salientando que o seu nome é devido ao grau do polinômio que define a função, e não por causa que os alunos veem no segundo ano. Nessa parte conseguimos retomar os conjuntos numéricos trabalhados no 5° encontro quando foi definido qual seria o domínio da função.

Passamos no quadro o exercício 1, e questionamos os alunos se as funções dadas eram ou não quadráticas. Nisso pudemos observar que os alunos ainda têm dificuldades no conceito de função, pois os mesmos disseram que o item e) era uma função. Partindo dessa brecha, foi enfatizado novamente a diferença entre função e equação. O item d) e f) foram de grande valia, pois os educandos pensaram que a d) não era função devido não estar explícito o "x^2" na lei de formação, e o item f) acreditaram que era, por aparecer um termo ao quadrado. Para contornar isto, foi realizado a simplificação das funções dos dois itens e esclarecido por que era ou não uma função do segundo grau.

Passamos para a construção do gráfico de uma função quadrática genérica no GeoGebra, pedindo o que acontecia se subtrairmos uma unidade do coeficiente “c” da função dada, e depois se fossem duas unidades. Cada momento era feito no software, para que os alunos visualizassem. Foi gratificante ver que os alunos compreenderam o que ocorre com o gráfico para qualquer valor dado para “c”. Foi possível mostrar algebricamente por que isso ocorre, e enfatizar que o gráfico sempre corta o eixo “y” no valor de “c”. O mesmo foi feito para o coeficiente “a”, sendo desenhado no quadro a imagem 1 para representar a diferença das duas concavidades.

Pedimos para que os alunos resolvessem o problema 1 do material do aluno. Sendo uma questão um tanto complexa, demos bastante tempo para que os educandos pensassem em como resolver. Alguns alunos até conseguiram representar algebricamente algumas coisas corretas, mas ninguém conseguiu resolvê-lo. Diante do ocorrido, foi realizado sua resolução no quadro, mas, ainda haviam dúvidas referente a resolução. Assim decidimos liberá-los para o intervalo e fazer uma nova resolução após.

Na volta do intervalo, começamos resolvendo o problema por meio de uma “tabela” e perguntando o que ocorreria se fosse diminuído “50” centavos do preço do combustível, e se fosse diminuído “x” centavos. Assim pudemos dar outra visão da resolução do problema, abrangendo os alunos que não haviam compreendido a resolução anterior.

Um aluno leu o problema 2 para a sala, assim realizamos sua resolução, relembrando a fórmula resolutiva da função do segundo grau, e explicamos o que viria a ser o zero de uma função e a quantidade de zeros que a função quadrática tem de acordo com o discriminante. Mostramos graficamente o que ocorria nos possíveis sinais do discriminante.

Os alunos foram questionados o que era o ponto de máximo e mínimo da parábola e como obtê-los. O que mais nos surpreendeu é que muitos alunos relataram que nunca haviam visto a fórmula. Acrescentemos a tabela da concavidade da parábola e aproveitando os gráficos projetados, e pedimos para os alunos identificarem o ponto de mínimo no gráfico, e as coordenadas do mesmo. Assim aplicamos na fórmula para que eles pudessem visualizar sua veracidade.

Devido a considerável parte da turma ter que sair as 11 hrs, não fizemos o exercício 2, mas realizamos a dobradura da parábola para mostrar a simetria da mesma. Sendo de grande valia para os alunos esta observação.

Para sintetizar e contextualizar os conceitos vistos, realizamos o problema 3 com os alunos. O mais legal foi que pudemos observar que os alunos realmente compreenderam todos os conceitos visto até aquele momento. Também foi levantado hipóteses sobre o que poderia estar ocorrendo com a empresa, para que ela estivesse perdendo lucro conforme ela aumenta ou diminui o preço da mensalidade.

Pudemos retomar novamente a necessidade de saber resolver um sistema linear, por meio da obtenção da função que representa o lucro ou prejuízo da empresa. Os alunos puderam ver como o gráfico sintetiza as informações e a necessidade de saber interpretá-lo não só para realização de vestibulares e Enem, mas para a vida. Pela interação dos alunos e pelas suas expressões faciais, pudemos constatar a compreensão dos conceitos vistos na aula deste dia.

MATERIAL DO ALUNO- 7° Encontro

Definição 1: Uma função que associa cada número real x a um número real

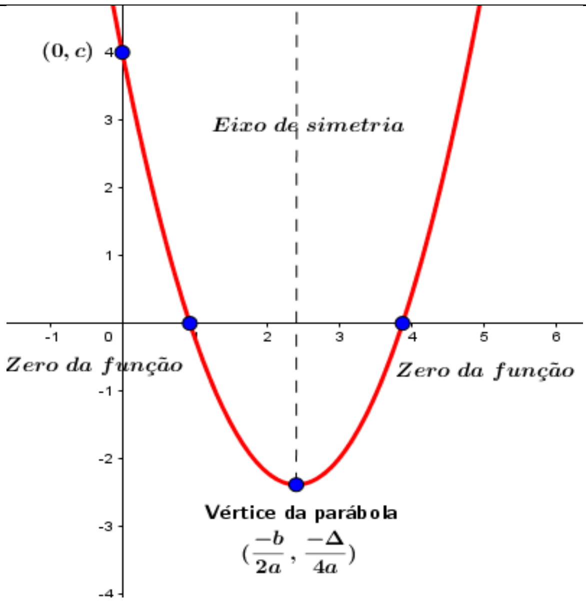
$f(x)$= ax^2+bx+c com a,b,c ∈ R e a ≠ 0, é chamada de função do segundo grau ou função quadrática.

Definição 2: Os zeros ou raízes da função quadrática $f(x)$=ax^2+bx+c são os valores de x para os quais temos que $f(x)$=0.

Fórmula resolutiva da função quadrática (Bhaskara)

$$\boldsymbol{x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}\ , onde\ \ \Delta = b^2 - 4.a.c}$$

A concavidade da parábola é determinada pelo coeficiente “a”	
a>0	**a<0**
A concavidade é voltada para cima 	A concavidade é voltada para baixo 
A função terá um ***ponto de mínimo*** dado	A função terá um ***ponto de máximo*** dado

por V= $(\frac{-b}{2a},\frac{-\Delta}{4a})$.	por V= $(\frac{-b}{2a},\frac{-\Delta}{4a})$.
Observações	
1. A **<u>concavidade</u>** desta parábola é para baixo, portanto tem um **<u>ponto de mínimo</u>**, dado por V.	
2.A reta paralela a y passando por V é denomina **<u>eixo de simetria</u>**.	
3. Além disso, temos que **<u>F(0)= C</u>**, segue que a parábola <u>sempre intercepta o eixo y</u> no valor de C.	
4. Os **zeros** da função estão localizados na intersecção da parábola com o eixo x.	

1- (ENEM 2009) - Um posto de combustível vende 10.000 litros de álcool por dia a R$ 1,50 cada litro. Seu proprietário percebeu que, para cada centavo de desconto que concedia por litro, eram vendidos 100 litros a mais por dia. Por exemplo, no dia em que o preço do álcool foi R$ 1,48, foram vendidos 10.200 litros. Considerando x o valor, em centavos, do desconto dado no preço de cada litro, e V o valor, em R$, arrecadado por dia com a venda do álcool, então a expressão que relaciona V e x é dada por?

2- (ENEM 2016) Para evitar uma epidemia, a Secretaria de Saúde de uma cidade dedetizou todos os bairros, de modo a evitar a proliferação do mosquito da dengue. Sabe-se que o número *f* de infectados é dado pela função $f(t) = -2t^2 + 120t$ (em que *t* é expresso em dia e *t* = 0 é o dia anterior à primeira infecção) e que tal expressão é válida para os 60 primeiros dias da epidemia. A Secretaria de Saúde decidiu que uma segunda dedetização deveria ser feita no dia em que o número de infectados chegasse à marca de 1600 pessoas, e uma segunda dedetização precisou acontecer. Quando a segunda dedetização começou?

Exercício 1. Dadas as funções abaixo, obtenha os zeros da das funções e construa os seus respetivos gráficos.

$g(x)=x^2+3x-4$. $h(x)=-2x^2-4x+2$. $v(x)=(x+2).(x-2)$.

Exercício 2. Obtenha as raízes e o ponto de máximo ou mínimo das funções. Construa o gráfico.

$p(x) = -2x^2-4x+1$. $g(x) = 2x^2-1$.

$h(x) = 3x^2-2x+1$. $v(x) = x^2-4x+5$.

3. (ENEM 2015 adaptada) – Um estudante está pesquisando o desenvolvimento de certo tipo de bactéria. Para essa pesquisa, ele utiliza uma estufa para armazenar as bactérias. A temperatura no interior dessa estufa, em graus Celsius, é dada pela expressão $T(h) = - h^2 + 22h - 85$, em que h representa as horas do dia. Sabe-se que o número de bactérias é o maior possível quando a estufa atinge sua temperatura máxima e, nesse momento, ele deve retirá-las da estufa. Desta forma qual horário o estudante deverá retirá-las da estufa?

4. (ENEM 2013) - Uma pequena fábrica vende seus bonés em pacotes com quantidades de unidades variáveis. O lucro obtido é dado pela expressão $L(x) = -x^2 + 12x - 20$, onde x representa a quantidade de bonés contidos no pacote. A empresa pretende fazer um único tipo de empacotamento, obtendo um lucro máximo. Quantos bonés deve ter cada pacote para que a empresa obtenha um lucro máximo nas vendas?

Desafio

5. (ENEM 2016) - Um túnel deve ser lacrado com uma tampa de concreto. A seção transversal do túnel e a tampa de concreto têm contornos de um arco de parábola e mesmas dimensões. Para determinar o custo da obra, um engenheiro deve calcular a área sob o arco parabólico em questão. Usando o eixo horizontal no nível do chão e o eixo de simetria da parábola como eixo vertical, obteve a seguinte equação para a parábola:

$y = 9 - x^2$, sendo x e y medidos em metros.

Sabe-se que a área sob uma parábola como esta é igual a 2/3 da área do retângulo cujas dimensões são, respectivamente, iguais à base e à altura da entrada do túnel. Qual é a área da parte frontal da tampa de concreto, em metro quadrado?

2.2 Módulo 3 – Geometria

PROMAT – 8° ENCONTRO

PLANO DE AULA -30/06/2018

Público-Alvo:

Alunos do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas aulas.

Objetivo Geral:

Proporcionar aos alunos conceitos básicos de geometria plana.

Objetivos Específicos:

Objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Compreender o que é um ângulo, e suas classificações;
- Identificar ângulos colaterais, correspondentes e internos;
- De entender que ângulos opostos pelo vértice são congruentes.
- Utilizar a fórmula da soma dos ângulos internos de polígonos regulares.
- Deduzir as fórmulas da área e perímetro de polígonos regulares.

Conteúdo: ângulos, soma dos ângulos internos, área e perímetro.

Recursos Didáticos: quadro, giz, folha sulfite, projetor, tesoura, régua, sulfite, cartolina, software Geogebra, canetão.

Encaminhamento metodológico:

Ângulos

Começaremos a aula pedindo para os alunos o que é um ângulo e onde podem ser encontrados. Observando que a própria abertura da porta forma um ângulo. Entre outros os quais podemos encontrar numa sala de aula.

Definição: Ângulo é uma figura delimitada por duas retas que partem do mesmo ponto ou por dois planos que partem da mesma reta.

Ângulos principais

Abordaremos este tópico por intermédio de um círculo e o seu centro construído em uma cartolina. Questionando os alunos sobre as medidas dos ângulos na seguinte sequência:

1. Qual o ângulo que esta figura representa?
2. Dobrando o círculo ao meio, qual será o valor do ângulo obtido?
3. Se dobramos mais uma vez, qual é o valor do ângulo?
4. E se dobrarmos novamente?

Observe que obtemos ângulos de medidas: 360°, 180°, 90° e 45° respectivamente.

Classificação de ângulos

Ângulo completo: possui medida igual a 360°. **Ângulo raso:** possui medida igual a 180°. **Ângulo reto:** possui medida igual a 90°. **Ângulo agudo:** possui medida menor que 90º. **Ângulo obtuso**: possui medida maior que 90º.

Ângulo oposto pelo vértice.

Desafiaremos os alunos pedindo como são as medidas de dois ângulos opostos pelo vértice. Caso os educandos não saibam do que se trata faremos a representação no quadro. Então pediremos para que os alunos pintem os ângulos opostos pelo vértice. em um pedaço de folha sulfite e dobrem de modo a um ângulo sobrepor o outro.

Deste modo, será explicado que dois ângulos opostos pelo vértice são congruentes.

Exercícios

1. Dois ângulos opostos pelo vértice têm medidas, em graus, expressas por x + 60º e 3x **-** 40º. Qual é o valor de x?

2. Dois ângulos opostos pelo vértice medem, em graus, (3x+ 10) e (x + 50). Qual o valor de um dos ângulos?

3. Qual o valor dos dois ângulos assinalados na figura abaixo?

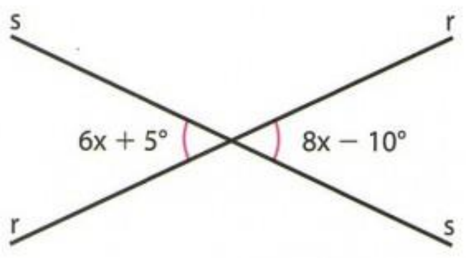


Figura: Ângulos opostos pelo vértice.
Fonte: As autoras.·.

Ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma reta transversal

Aqui vamos falar sobre os ângulos que são formados quando temos duas retas paralelas cortadas por uma terceira reta transversal.

A reta transversal **t** forma oito ângulos com as retas **r** e **s.**

Em alguns casos considerando as posições relativas danos nomes a esses ângulos, quando tomados dois a dois.

Retas paralelas cortadas por uma transversal

Uma reta é transversal a uma outra se possuem apenas um ponto em comum.

Duas retas paralelas r e s, se forem cortadas por uma reta t, transversal a ambas, formará ângulos como representados na imagem abaixo.

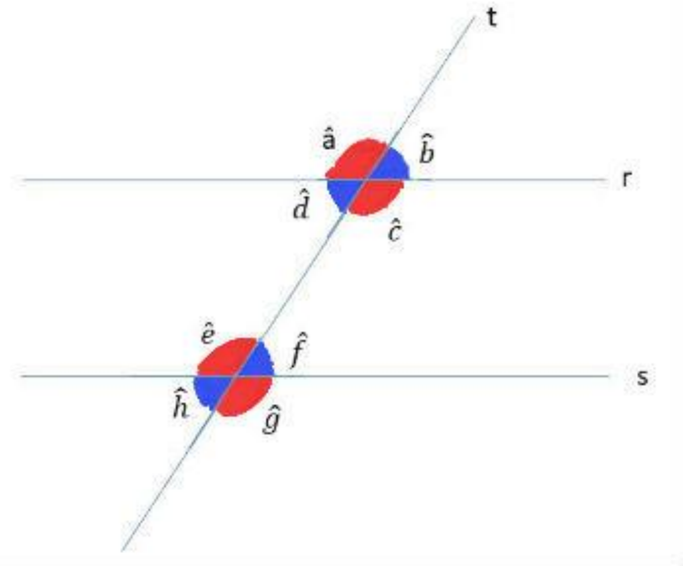


Figura: Ângulos congruentes.
Fonte: https://www.todamateria.com.br/retas-paralelas/

Na figura, os ângulos que apresentam a mesma cor são congruentes, ou seja, possuem mesma medida. Dois ângulos de cores diferentes são suplementares, ou seja, somam 180º.

Por exemplo, os ângulos **a** e **c** apresentam mesma medida e a soma dos ângulos **f** e **g** é igual a 180º.

Os pares de ângulos recebem nomes de acordo com a posição que ocupam em relação às retas paralelas e a reta transversal. Sendo assim, os ângulos podem ser:

- Correspondentes
- Alternos
- Colaterais

Ângulos correspondentes

Dois ângulos que ocupam a mesma posição nas retas paralelas são chamados de correspondentes. Eles apresentam a mesma medida (ângulos congruentes).

Os pares de ângulos com a mesma cor representados abaixo são correspondentes.

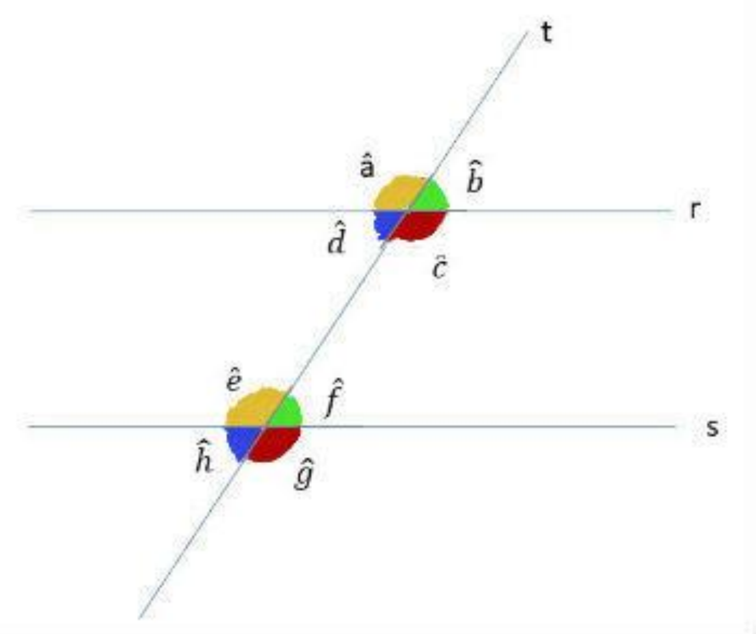


Figura: ângulos correspondentes.
Fonte: https://www.todamateria.com.br/retas-paralelas/

Na figura, os ângulos correspondentes são:

- **a** e **e**
- **b** e **f**
- **c** e **g**
- **d** e **h**

Ângulos Alternos

Os pares de ângulos que estão em lados opostos da reta transversal são chamados de alternos. Esses ângulos também são congruentes.

Os ângulos alternos podem ser internos, quando estão entre as retas paralelas e externos, quando estão fora das retas paralelas.

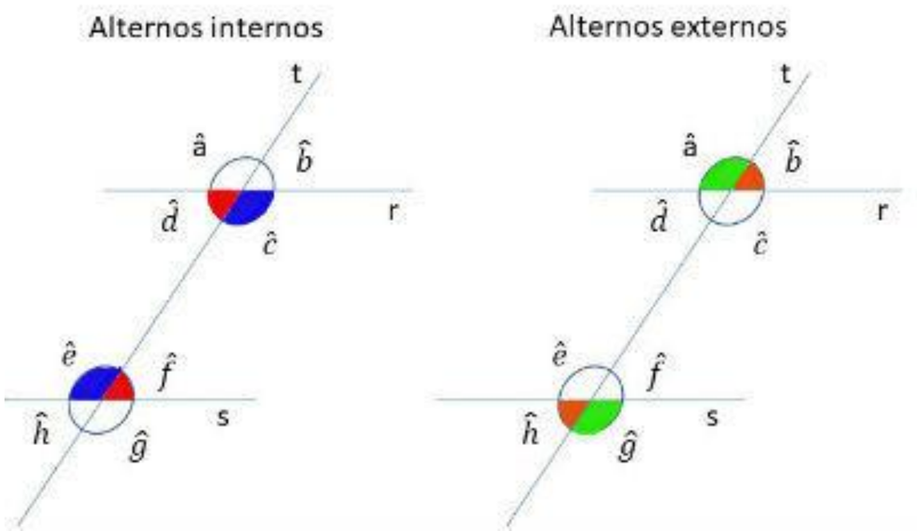


Figura: ângulos alternos.
Fonte: https://www.todamateria.com.br/retas-paralelas/

Na figura, os ângulos alternos internos são:

- **c** e **e**
- **d** e **f**

Os ângulos alternos externos são:

- **a** e **g**
- **b** e **h**

Ângulos colaterais

São os pares de ângulos que estão do mesmo lado da reta transversal. Os ângulos colaterais são suplementares (somam 180º). Também podem ser internos ou externos.

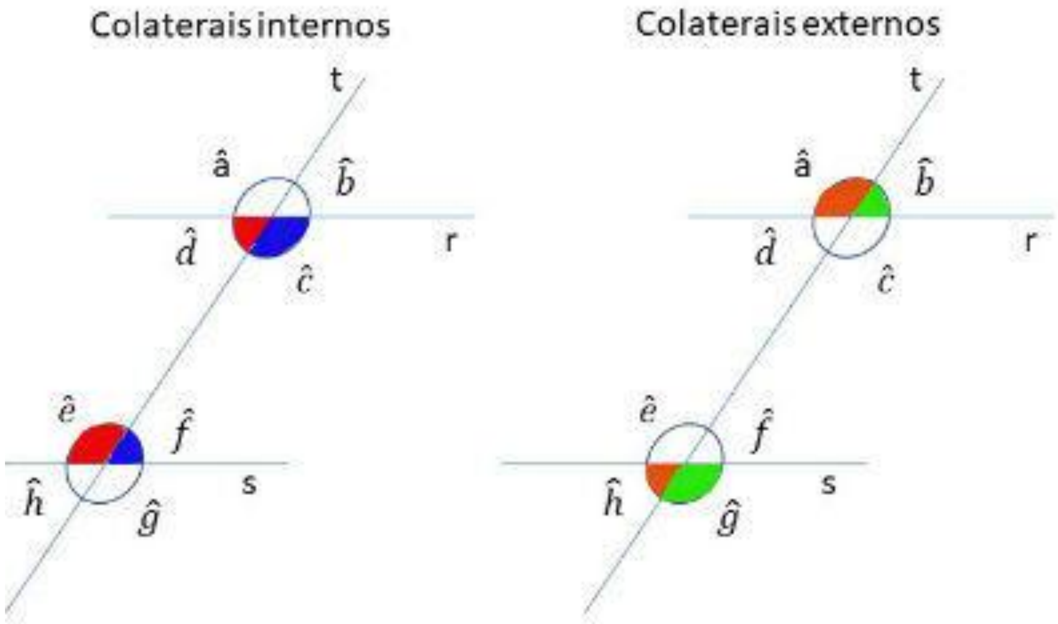


Figura: ângulos colaterais.
Fonte: Fonte: https://www.todamateria.com.br/retas-paralelas/

Os ângulos colaterais internos são:

- **d** e **e**
- **c** e **f**

Os ângulos colaterais externos são:

- **a** e **h**
- **b** e **g**

Exercícios

4. Classifique as sentenças a seguir como (V) verdadeiras ou (F) falsas:

a) Os ângulos correspondentes são suplementares. ( )

b) Os ângulos alternos internos são congruentes. ( )

c) Os ângulos alternos externos são complementares. ( )

d) Os ângulos colaterais internos são congruentes. ( )

e) Os ângulos colaterais externos são suplementares. ( )

5. Na figura a seguir diga qual é o valor de cada ângulo

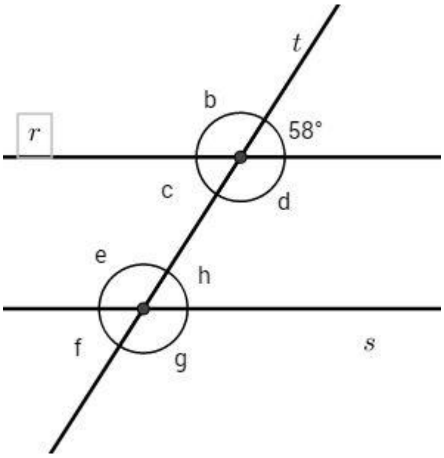


Figura: valor de cada ângulo.
Fonte: As autoras.

Soma dos ângulos internos de um triângulo

Para abordar os ângulos internos de um triângulo entregaremos uma folha sulfite por aluno, fazendo a seguinte dinâmica:

1. Construa um triângulo na folha entregue;
2. Pinte os ângulos internos do triângulo construído;
3. Recorte o triângulo;
4. Divida o triângulo em três partes;
5. junte os ângulos pintados em um único triângulo;

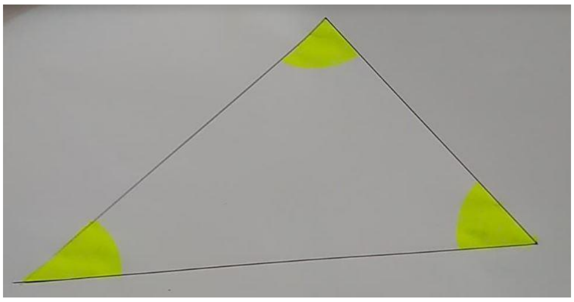


Figura: Passo 2.
Fonte: as autoras.

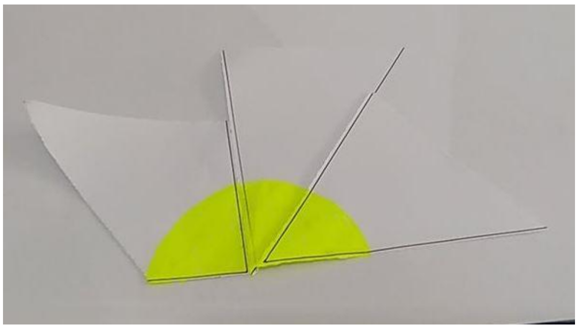


Figura: Passo 5
Fonte: As autoras.

Esta dinâmica tem como objetivo fazer com que os alunos percebam que a soma dos ângulos internos de um triângulo sempre é igual a 180°.

Para fixação passaremos no quadro dois exercícios que utilizam deste conceito na sua resolução.

Exercícios 1. Sabendo que um triângulo tem um ângulo que mede 60° e outro 38°. Qual é a medida do terceiro ângulo?

Exercício 2. Um triângulo retângulo tem um ângulo de 30°. qual é a medida dos outros dois ângulos?

Polígonos regulares

Neste momento relembraremos os alunos o que são polígonos regulares.

Definição: Um polígono é dito regular se tiver todos lados e ângulos iguais.

Pediremos para os alunos exemplos de polígonos regulares, e a cada exemplo faremos a construção do polígono no quadro.

Figura: Polígonos regulares.
Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Pol%C3%ADgono_regular.

Soma dos ângulos internos de um polígono

Vimos anteriormente que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180° graus. Deste modo, como pode-se obter a soma dos ângulos internos de qualquer polígono convexo?

Para auxiliar os alunos na resposta desse questionamento, desenharemos um quadrado no quadro, relembrando que cada ângulo do quadrado mede 90°, assim, teríamos que a soma dos ângulos internos do quadrado é 360°. Outra forma de ver, é dividir o quadrado ao meio, obtendo dois triângulos.

Figura: Quadrado.
Fonte: as autoras.

E em um pentágono, qual seria a medida dos ângulos internos?

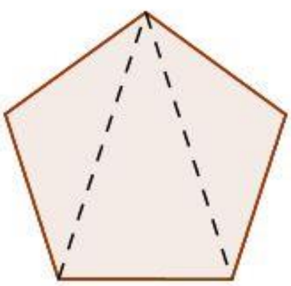


Figura: Pentágono.

Fonte: as autoras.

Qual a medida dos ângulos interno de um hexágono?

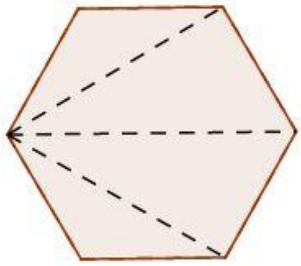


Figura: Hexágono.
Fonte: as autoras.

E assim por diante, a cada construção iremos preencher a seguinte tabela no quadro:

Polígono	**N° de lados**	**N° de triângulos**	**Soma dos ângulos internos**
Triângulo	3	1	1x180°= 180°
Quadrado	4	2	2x180°=360°
Pentágono	5	5-2=3	3x180°=540°
Hexágono	6	6-2=4	4x180°=540°
....	...	...	...
Polígono com n lados	N	n-2	(n-2)x180°

Tabela: Soma dos ângulos internos.
Fonte: As autoras.

Tendo como meta construir a generalização a seguir:

A soma dos ângulos internos de um polígono convexo é dado por

$$s_n = (n-2)\ .\ 180°$$

onde n é o número de lados.

Exercício:

1.Os ângulos de um triângulo medem 3x, 4x e 5x. Quanto mede o menor dos ângulos?

2.Qual o valor de x na figura a seguir:

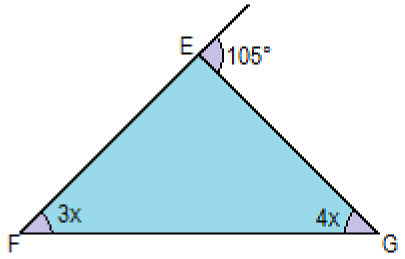


Figura: ângulos triângulo 1.
Fonte: http://maniadecalcular.blogspot.com/2015/11/atividade-de-geometria-para-o-8-ano-7_88.html

3. Na figura abaixo, o valor de x é:

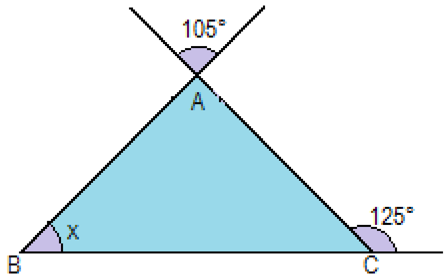


Figura: ângulos triângulo 2.
Fonte: http://maniadecalcular.blogspot.com/2015/11/atividade-de-geometria-para-o-8-ano-7_88.html

- **Área, perímetro de polígonos**

Relembraremos os alunos o que é o perímetro e área de um polígono.

O **Perímetro** é a medida do contorno de um objeto, ou seja, a soma de todos os lados de uma figura geométrica.

A **área** é a medida de uma superfície.

Estabelecido o que é perímetro e área de uma figura, iremos completando a tabela a seguir com os alunos, de modo a relembrar os alunos como calcular a área e perímetro, bem como algumas propriedades.

Preencha a tabela a seguir

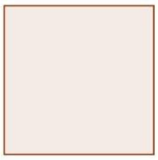
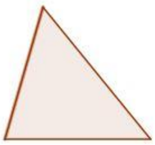
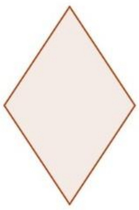
Polígono	Propriedades	Perímetro	Área
Quadrado 	Todos os Lados e ângulos são congruentes.		
Retângulo 	Todos os ângulos medem 90°.		
Paralelogramo 	Os lados e ângulos opostos são congruentes.		
Triângulo 	Polígono de três lados.		
Losango 	Todos os lados são congruentes.		

Tabela: Polígonos.
Fonte: As autoras.

EXERCÍCIO 1 (OBMEP): Qual o polígono cuja área pode ser calculada pela metade do produto?

Relato descritivo-reflexivo- 8° Encontro

Demos início ao encontro questionando os alunos se eles sabem o que é ângulo, ou onde poderiam encontrar ângulos no dia-a-dia. Podemos ver que os discentes enxergam o ângulo como algo do mundo das ideias, como se não existisse em nossa realidade. Então para mudar essa ideia, brincamos um pouco com os ângulos que tínhamos na sala, como o movimento da porta, assim um aluno disse que a viga da estrutura da sala forma um ângulo de 90°. Questionamos se a abertura dos dedos poderia ser um ângulo, e os alunos concordaram que era.

Partimos para a próxima atividade, por meio de um círculo e seu centro representamos o ângulo de 360°, e assim construímos com os alunos os ângulos de 180°, 90° e 45° bem como suas respectivas nomenclaturas (ângulo completo, raso, reto, obtuso e agudo).

Para falar dos ângulos opostos pelo vértice, discutimos com os discentes como seria a representação de dois ângulos opostos pelo vértice. Pedimos para que eles fizessem a representação em um pedaço de folha sulfite que foi disponibilizado, e assim sobreporem as duas semirretas de um ângulo sobre o outro. Foi uma atividade interessante, pois os discentes conseguiram visualizar que os dois ângulos eram iguais, mas, será que eles sempre terão a mesma medida? A maior parte dos alunos acreditava que sim. Então por intermédio de um desenho, fizemos a demonstração que os ângulos opostos pelo vértice têm medidas iguais.

No momento de resolver exercícios os discentes ficaram confusos, pensando que para resolver os exercícios, deveriam montar um sistema de equações. Como a confusão era geral foi realizado a resolução de um problema com os alunos. Assim, eles não tiveram mais dúvidas. Para que pudéssemos conferir as resoluções, pedimos para que dois alunos fossem no quadro passar sua resolução para a turma.

Para falar dos ângulos correspondentes, alterno e colaterais, projetamos os ângulos e fomos construindo junto com os alunos os conceitos, pedindo para que os alunos fossem pintando no material os ângulos que diziam respeito a cada nomenclatura e após fornecemos os ângulos pintados da maneira certa para que eles conferissem. Na hora de resolver os exercícios os alunos não tiveram muitas dúvidas. Sendo assim, liberados para o intervalo.

Na volta, foi trabalhado a soma dos ângulos internos de um triângulo, sendo realizado a atividade de juntar os ângulos internos em um só. Então formalizamos que a soma sempre era 180° graus, parecendo ser muito significativo para os alunos. Fizemos um exercício com eles e deixamos que os discentes fizessem os outros e fossem no quadro colocar suas resoluções. Novamente estavam todas corretas e os alunos não tiveram dúvidas.

Foi definido o que eram polígonos regulares bem como suas nomenclaturas e representações. Construímos a fórmula dos ângulos internos de um polígono convexo com os alunos, sendo explicado o que era um polígono convexo.

Então surgiu umas curiosidades de alguns alunos, quanto ao triângulo egípcio ou triângulo pitagórico, deste modo foi explicado o que era um triângulo retângulo e como era utilizado pelos egípcios esse triângulo.

Para finalizar a aula, construímos com os alunos as fórmulas de perímetro e área dos polígonos mais conhecidos, algo que chamou nossa atenção, foi na fórmula da área do triângulo, pois uma aluna disse que não havia entendido por que a fórmula era dada por aquilo, ela queria saber a origem da fórmula, então fizemos um paralelogramo por meio de dois triângulos congruentes. Mostrando que a fórmula vinha da fórmula do paralelogramo.

Falamos como obter a altura de um triângulo fazendo uso de Pitágoras. Explicamos que o triângulo tem três alturas, uma para cada base, sendo algo que surpreendeu os alunos. Assim surgiu várias dúvidas, de como poderia ser obtida a altura algebricamente e no desenho.

Como já estava na hora de acabar o encontro, foi deixado o desafio para que os alunos deduzissem a área do losango e trouxessem no próximo encontro com a condição de deduzir a fórmula no quadro. Foi deixado uma dica que eles poderiam utilizar a área do triângulo para obtenção da fórmula.

Esta aula foi muito gratificante, os alunos presentes eram muito participativos e interessados, estavam a todo momento interagindo conosco e levantando dúvidas. Sendo assim, uma aula muito produtiva.

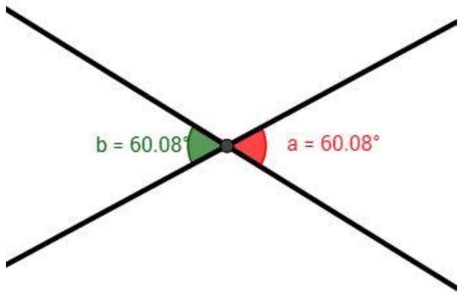
MATERIAL DO ALUNO- 8° Encontro

NOME:	**DATA:___/___/2018.**

Projeto PROMAT-2018. Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE

Ângulo completo: possui medida igual a 360°.
Ângulo raso: possui medida igual a 180°.
Ângulo reto: possui medida igual a 90° .
Ângulo agudo: possui medida menor que 90º.
Ângulo obtuso: possui medida maior que 90º.

Dois ângulos opostos pelo vértice são congruentes. Observe o exemplo abaixo:

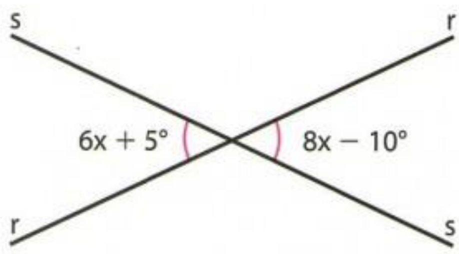


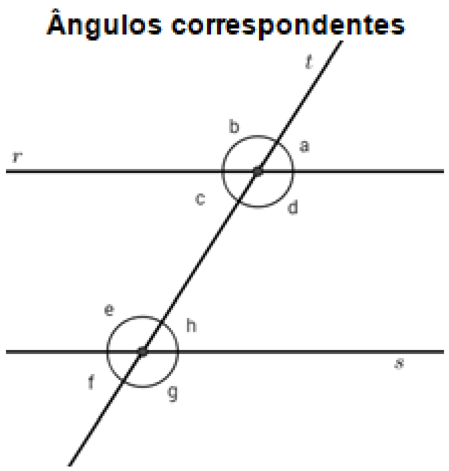
Exercícios a.

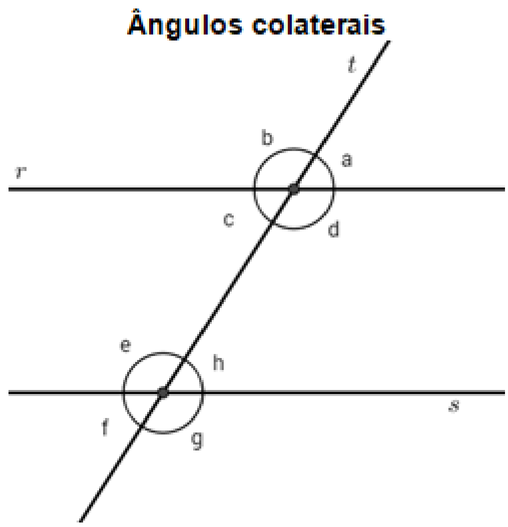
1. Dois ângulos opostos pelo vértice têm medidas, em graus, expressas por x + 60º e 3x - 40º. Qual é o valor de x?

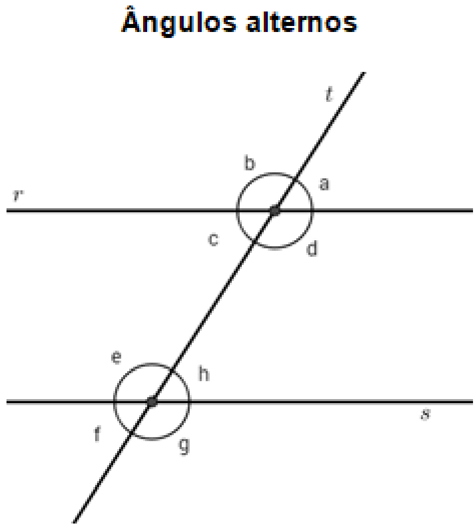
2. Dois ângulos opostos pelo vértice medem, em graus, (3x+ 10) e (x + 50). Qual o valor de um dos ângulos?

3. Qual o valor dos dois ângulos assinalados na figura abaixo?









Exercícios b.

4. Classifique as sentenças a seguir como (V) verdadeiras ou (F) falsas:

a) Os ângulos correspondentes são suplementares. ( )

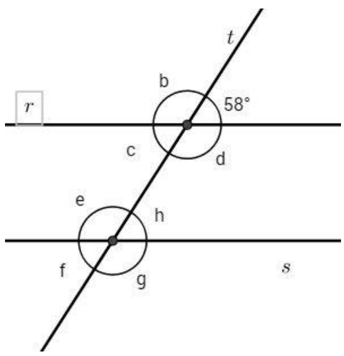
b) Os ângulos alternos internos são congruentes. ( )

c) Os ângulos alternos externos são complementares. ( )

d) Os ângulos colaterais internos são congruentes. ( )

e) Os ângulos colaterais externos são suplementares. ( )

5. Na figura abaixo diga qual é o valor de cada ângulo:



Exercícios c.

6. Sabendo que um triangulo tem um ângulo que mede 60° e outro 38°. Qual é a medida do terceiro ângulo?

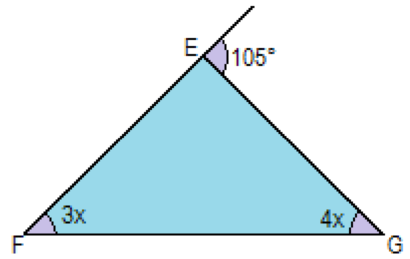
7. Um triângulo retângulo tem um ângulo de 30°. qual é a medida dos outros dois ângulos?

Polígono	N° de lados	N° de triângulos	Soma dos ângulos internos
Triângulo	3		
Quadrado			
Pentágono			
Hexágono			
....	**...**	**...**	**...**
Polígono com n lados	n		

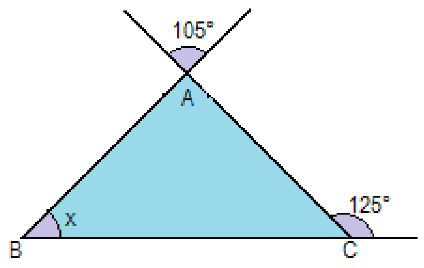
Exercício d.

8.Os ângulos de um triângulo medem 3x, 4x e 5x. Quanto mede o menor dos ângulos?

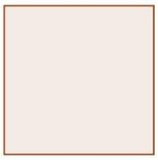
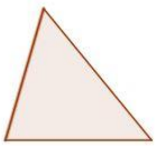
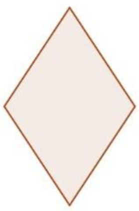
9.Qual o valor de x na figura abaixo:



10. Na figura abaixo, o valor de x é:



Preencha a tabela a seguir

Polígono	Propriedades	Perímetro	Área
Quadrado 	Todos os Lados e ângulos são congruentes.		
Retângulo 	Todos os ângulos medem 90°.		
Paralelogramo 	Os lados e ângulos opostos são congruentes..		
Triângulo 	Polígono de três lados.		
Losango 	Todos os lados são congruentes.		

Exercício (OBMEP): Qual o polígono cuja área pode ser calculada pela metade do produto da medida de sua base pela altura relativa a essa base?

PROMAT – 9° ENCONTRO

PLANO DE AULA - 07/07/2018

Público-Alvo:

Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas aulas.

Objetivo Geral:

Proporcional ao aluno conceitos fundamental de geometria plana.

Objetivos Específicos:

Objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Conceito do teorema de Tales;
- Conceito da semelhança de triângulos e sua aplicabilidade no dia a dia;
- Deduzir e utilizar as relações métricas do triângulo retângulo.

Conteúdo: Teorema de Tales, semelhança de triângulos e relações métricas.

Recursos Didáticos: quadro, giz, folha sulfite, projetor, tesoura, régua, sulfite, cartolina, software GeoGebra,

Encaminhamento Metodológico: (20 min)

Para iniciarmos o Teorema de Tales com os alunos, distribuiremos folhas quadriculadas e pediremos que, aproveitando as linhas, tracem três retas paralelas *r, s* e *t*, em seguida, os alunos deverão traçar duas retas transversais m e n interceptando as paralelas, feito isso, os pontos de intersecção deverão ser marcados, os pontos A, B e C para as intersecções de m com *r, s* e *t*, respectivamente e os pontos P, Q e R passa as intersecções de n, com r, s e t respectivamente. Faremos um exemplo no quadro para que os alunos entendam a construção.

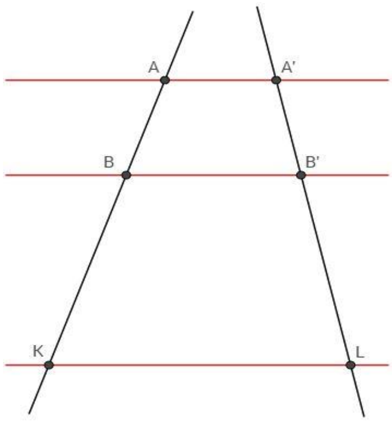


Figura: Teorema de Tales.
Fonte: As autoras.

Ao término desta parte, os alunos deverão medir os segmentos encontrados e tabelar os dados, ao passo que serão pedidas algumas razões entre eles, para que possam perceber a proporcionalidade existente. Os quocientes das duas retas vão coincidir.

Após os alunos terminarem, debateremos esses resultados e diremos que o quociente é a razão da proporcionalidade (constante que permite saber a variação dos valores de duas grandezas) e pediremos que comparem os resultados entre si. Os quocientes das transversais desenhadas por cada aluno terão os mesmos valores. Então, apresentaremos o conceito do teorema de Tales (que sempre existe a proporção entre segmentos de transversais delimitadas por paralelas).

Quadro de segmento de proporcionalidade

Segmento	**Medida**	**Segmento**	**Medida**
AB		**PQ**	
BC		**QR**	
AC		**PR**	

Tabela: Quadro de proporcionalidade.
Fonte: as autoras.

Calcule as razões entre:

AB e BC = AB e AC =

PQ e QR = PQ e PR =

O que você pode concluir a partir das razões calculadas?

Em seguida iremos apresentar o Teorema de Tales:

Teorema de Tales
Feixes de retas paralelas cortadas ou intersectadas por segmentos transversais formam segmentos de retas proporcionalmente correspondentes.

Exercícios

1. Sabendo que as retas a, b e c são paralelas, utilize o Teorema de Tales e determine o valor de x na figura a seguir:

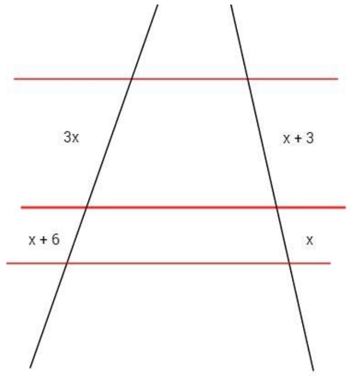


Figura: Aplicação Teorema de Tales1.
Fonte: As autoras.

2. Na figura a seguir temos que a // b // c // d. Aplicando o Teorema de Tales determine os valores de x, z e y.

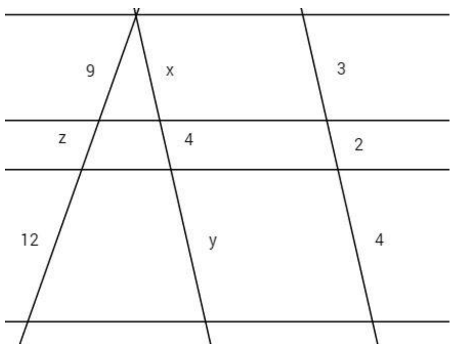


Figura: Aplicação Teorema de Tales 2,
Fonte: As autoras.

3. (Fuvest–SP) - Três terrenos têm frente para a rua A e para a rua B, como na figura. As divisas laterais são perpendiculares à rua A. Qual a medida de frente para a rua B de cada lote, sabendo que a frente total para essa rua tem 180m?

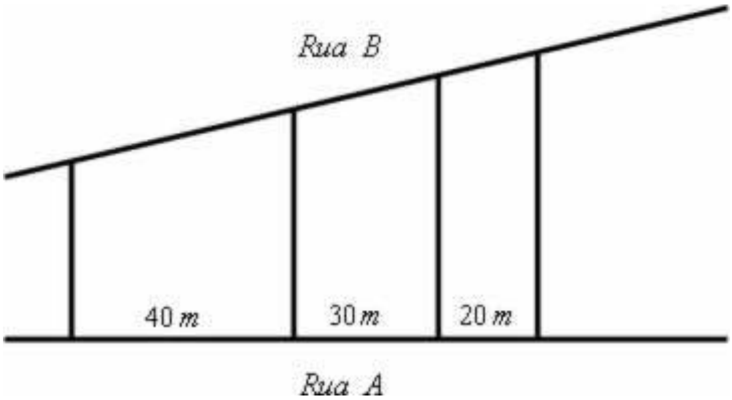


Figura: Ruas Tales.
Fonte: http://professormarcelobr.blogspot.com/2012/07/matematica-aula-20-teorema-de-tales.html.

4. (Saresp–SP) No desenho abaixo estão representados os terrenos I, II e III.

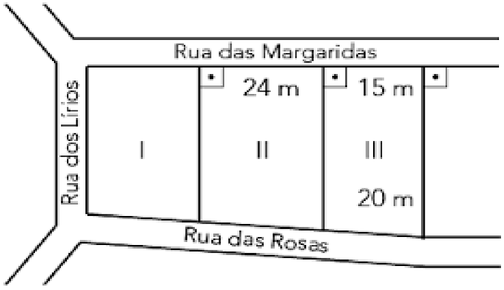
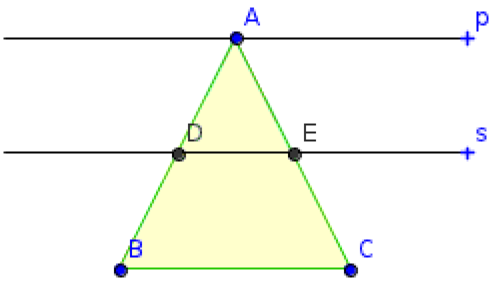


Figura: Ruas.
Fonte: As autoras.

Quantos metros de comprimento deverá ter o muro que o proprietário do terreno II construirá para fechar o lado que faz frente com a Rua das Rosas?

Consequências do teorema de Tales

Consequência



$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

Figura: Consequência Tales.

Fonte: As autoras.

Quando uma reta paralela a um lado de um triângulo intercepta os outros dois pontos distintos, ela determina sobre esses lados dos segmentos proporcionais

Exemplo

Vamos calcular a medida x do triângulo abaixo, sabendo que a reta r é paralela ao lado BC.

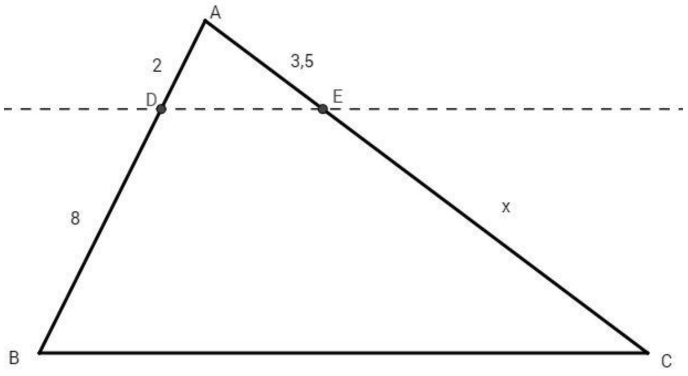


Figura: Triângulo 1 cortado por uma paralela a base.
Fonte: As autoras.

Exercícios

1. No triângulo ABC da figura, sabe–se que DE // BC . Calcule as medidas dos lados AB e AC do triângulo.

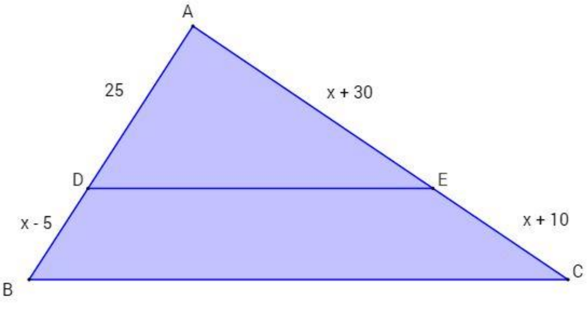


Figura: Triângulo 2 cortado por uma paralela a base.
Fonte: As autoras.

2. No triângulo abaixo, sabe –se que DE // BC. Calcule as medidas dos lados AB e AC do triângulo.

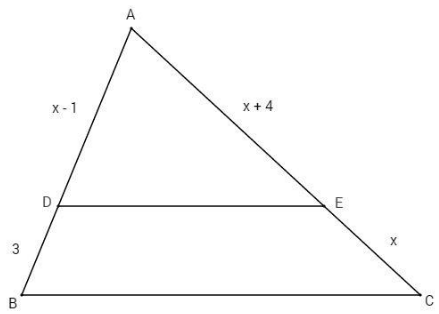


Figura: Triângulo 3 cortado por uma paralela a base.
Fonte: As autoras.

Semelhança de Triângulos

Dois triângulos são semelhantes se, e somente se, os ângulos correspondentes são congruentes e os lados são proporcionais.

Iremos projetar os seguintes triângulos

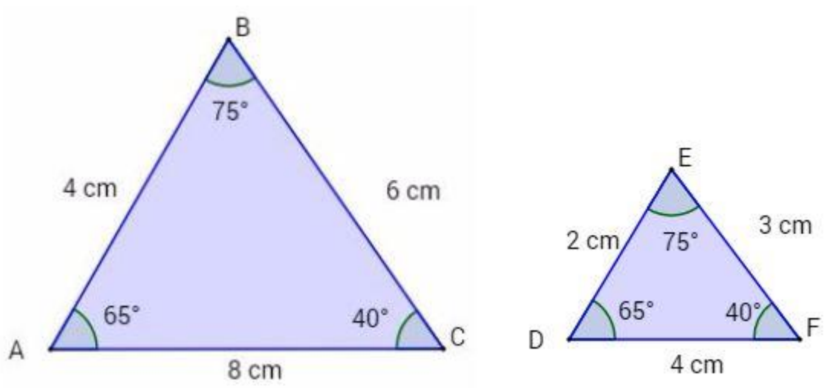


Figura: Semelhança de triângulos.
Fonte: As autoras.

De acordo com a definição de semelhança, dois polígonos são semelhantes quando têm os lados correspondentes proporcionais e os ângulos correspondentes congruentes. Nos triângulos acima, temos:

$\hat{A} \cong D$; $B \cong E'$; $C \cong F$

e também

ABDE = BCEF= ACEF= 21 → razão de semelhança

Pela definição geral de semelhança dos polígonos, dizemos que:

Nesse caso, a razão entre os lados correspondentes também é chamada razão da semelhança.

Teorema fundamental da semelhança de triângulos

Se uma reta é paralela a um dos lados de um triângulo e intercepta os outros dois lados em pontos distintos, então o triângulo que ela determina com esses lados é semelhante ao primeiro.

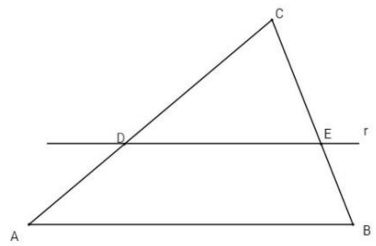


Figura: Teorema da semelhança de triângulos.
Fonte: As autoras.

Supondo, no triângulo acima que a reta r é paralela ao lado AB (r⫽AB) e, portanto, DE ⫽ AB, vamos mostrar que $\triangle$ABC ~ $\triangle$DEC.

Como DE ⫽ AB, então: CDCA= CECB ($\boldsymbol{I}$)

Temos ainda:

- ACB ≅ DCE (ângulo comum aos dois triângulos)
- BAC ≅ EDC (ângulos correspondentes em retas paralelas) ($\boldsymbol{II}$)
- ABC ≅ DEC (ângulos correspondentes em retas paralelas)

Vamos utilizar as imagens projetadas para que os alunos possam perceber que por E traçamos uma reta s paralela ao lado AC, determinando o ponto F sobre o lado AB. Desse modo, temos:

CECB = AFAB (III)

Como o quadrilátero AFED é um paralelogramo, temos:

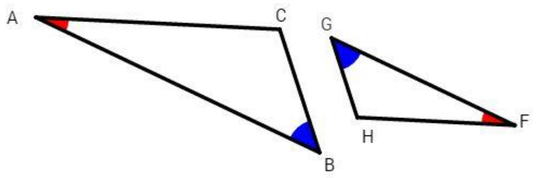
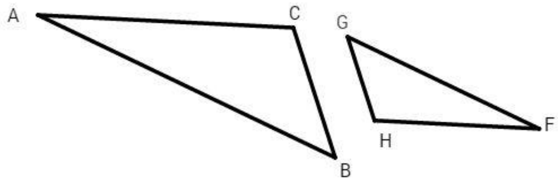
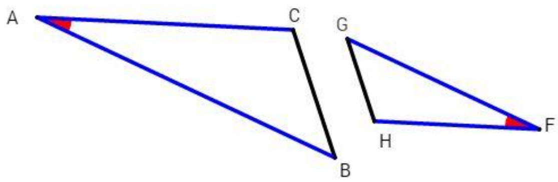
AF ≅ DE ($\boldsymbol{IV}$)

Substituindo ($\boldsymbol{IV}$) em (III), temos: CECB= DEAB ($\boldsymbol{V}$)

De ($\boldsymbol{I}$) e ($\boldsymbol{V}$), vem CDCA= CECB= DEAB ($\boldsymbol{V}$)

Logo, de ($\boldsymbol{II}$) e ($\boldsymbol{IV}$) podemos concluir que o triângulo ABC ao triângulo DEC.

Casos de semelhança

Semelhança de Triângulos (ABCFGH)		
Casos	**Representação**	**Dois triângulos são se semelhantes se:**
1° Caso: Ângulo-Ângulo (AA)		Dois ângulos de um triângulo são congruentes a dois ângulos do outro. A=F e B=G
2° Caso: Lado-Lado- Lado (LLL)		Os lados de um são proporcionais aos lados do outro ABFG=ACFH=BCGH
3° Caso: Lado-Ângulo- Lado (LAL)		Possui um ângulo congruente compreendido entre lados proporcionais ABFG=AC FH e A=F

Tabelas: Casos de semelhança.
Fonte: As autoras.

Relação métrica no triângulo retângulo

- **O teorema de Pitágoras**

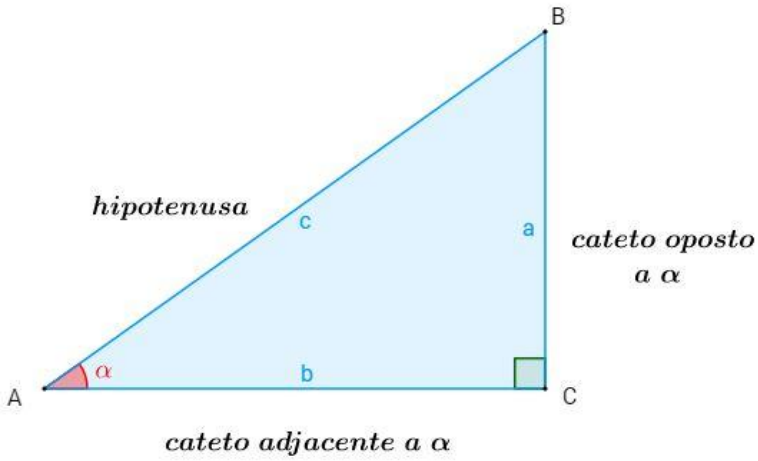


Figura: Teorema de Pitágoras.
Fonte: As autoras.

Em um triângulo retângulo qualquer, a soma dos quadrados das medidas dos catetos é igual ao quadrado da medida da hipotenusa.

Assim, na figura acima temos:

$$\mathbf{c^2 = a^2 + b^2}$$

Outras relações métricas no triângulo retângulo

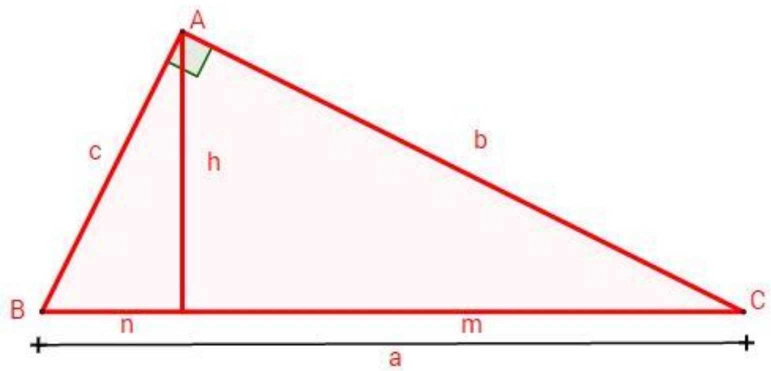


Figura: Relações métricas.
Fonte: As autoras.

Elementos de um triângulo retângulo:

A é o ângulo reto;

B é C são ângulos agudos;

A é a medida da projeção da hipotenusa;

B e C catetos;

H altura relativa á hipotenusa;

M E N projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

Relações métricas do triângulo retângulo:

1º Relação: $b^2 = a \times m$

2º Relação: $c^2 = an$

3º Relação: $a^2 = b^2 + c^2$

4º Relação: $ah = bc$

5º Relação: $h^2 = m \times n$

EXERCÍCIOS

1. (Enem 2016) - Um senhor, pai de dois filhos, deseja comprar dois terrenos, com áreas de mesma medida, um para cada filho. Um dos terrenos visitados já está demarcado e, embora não tenha um formato convencional (como se observa na Figura B), agradou ao filho mais velho e, por isso, foi comprado. O filho mais novo possui um projeto arquitetônico de uma casa que quer construir, mas, para isso, precisa de um terreno na forma retangular (como mostrado na Figura A) cujo comprimento seja 7 m maior do que a largura.

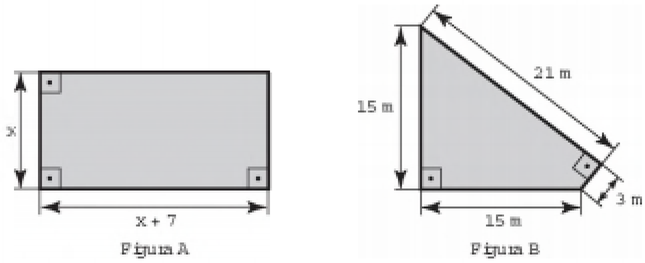


Figura: Terrenos.
Fonte: https://profwarles.blogspot.com/2017/08/enemmatematica20161ap.html.

Qual deve ser as medidas do comprimento e da largura do terreno para satisfazer o filho mais novo?

3. A figura mostra um edifício que tem 15 m de altura, com uma escada colocada a 8 m de sua base ligada ao topo do edifício. O comprimento dessa escada é de:

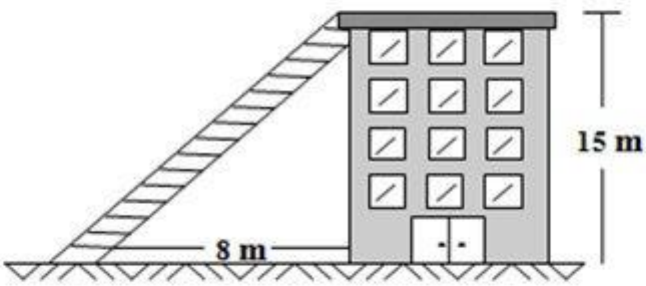


Figura: Aplicação Pitágoras.
Fonte: http://orpmfc.blogspot.com/2017/11/iii.html.

4. A prefeitura de uma cidade deseja construir um Posto de Saúde e uma Escola em um terreno retangular de lados AB = 150 m e BC = 80 m, conforme a figura abaixo:

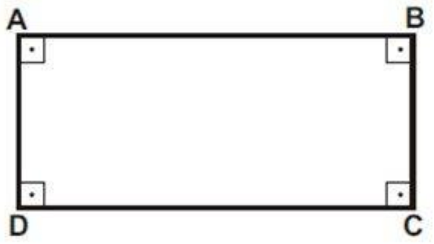


Figura: Distância posto e escola.
Fonte as autoras.

O Posto de Saúde deve ficar sobre o lado AB à uma distância de 120m do vértice B e a Escola sobre o lado CD à uma distância de 70 m do vértice D. A prefeitura planeja a construção de um acesso passando por dentro desse terreno no sentido de diminuir a distância entre a Escola e o Posto de Saúde. Determine, entre as alternativas abaixo, aquela que representa o valor mais próximo da extensão desse acesso.

5. (OBMEP) - O topo de uma escada de 25 m de comprimento está encostado na parede vertical de um edifício. O pé da escada está a 7 m de distância da base do edifício, como na figura. Se o topo da escada escorregar 4m para baixo ao longo da parede, qual será o deslocamento do pé da escada?

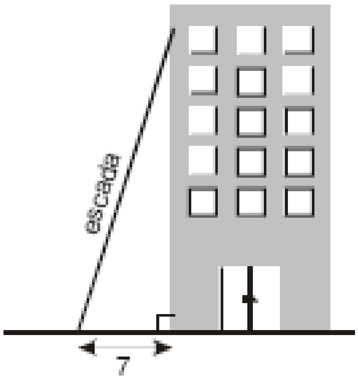


Figura: Pitágoras/OBMEP.
Fonte: https://professorpatricio.blogspot.com/2016/06/questao-17-nivel-3-obmep2005.html

Relato descritivo- reflexivo- 9° encontro

Iniciamos a aula, distribuindo folhas quadriculadas e pedindo que, aproveitando as linhas, traçassem três retas paralelas *r, s* e *t*, em seguida, duas retas transversais m e n interceptando as paralelas, feito isso, os pontos de intersecção foram marcados, nos pontos A, B e C para as intersecções de m com *r,* *s* e *t*, respectivamente e os pontos P, Q e R passava nas intersecções de n, com r, s e t respectivamente. Fizemos um exemplo no quadro para que os alunos entendessem a construção. Este foi um momento importante deste encontro pois houveram vários questionamentos e interações dos alunos na procura pela compreensão do conteúdo, tanto que na resolução dos exercícios propostos, vários alunos conseguiram resolver sem dificuldades. Houveram alguns alunos que já haviam apresentado dificuldades anteriormente em outras situações, a estes alunos dedicamos uma atenção especial neste momento ajudando-os a esclarecer suas dúvidas.

Em seguida falamos sobre as aplicações e consequências do teorema de Tales, e propomos a resolução dos exercícios. Neste momento atendemos aos grupos individualmente e percebemos que a grande maioria conseguiu resolver os exercícios propostos, tanto que os próprios alunos foram ao quadro para fazer a resolução, alguns até arriscaram explicar como fizeram a resolução.

No decorrer da aula abordamos o conteúdo sobre semelhança de triângulos e explicamos os casos de semelhança fazendo no quadro um exemplo e com a participação dos alunos mostramos cada caso. Como reforço e conclusão desta parte da aula foi utilizado o programa GeoGebra e nele projetamos os casos de semelhança de triângulos para enfatizar e assim os alunos terem melhor compreensão deste conteúdo.

Foi também trabalhado de forma mais superficial o teorema de Pitágoras, pois percebemos que este tópico os alunos tinham uma boa compreensão. Quanto as outras relações métricas do triangulo retângulo, tínhamos preparado um vídeo que não conseguimos passar na aula, mas no grupo do wattsap foi disponibilizado para aceso dos mesmos ao vídeo.

Passamos então a resolução dos exercícios propostos, alguns alunos foram ao quadro e resolveram os exercícios.

MATERIAL DO ALUNO- 9° Encontro

NOME:	**DATA:___/___/2018.**

Projeto PROMAT-2018. Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE

Preencha a tabela a baixo

Segmento	Medida	Segmento	Medida
AB		**PQ**	
BC		**QR**	
AC		**PR**	

Calcule as razões entre:

a) AB e BC =

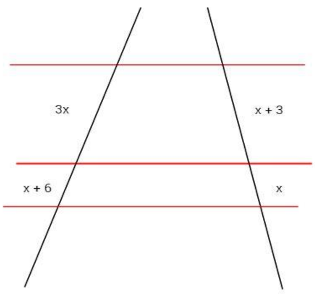
c) AB e AC =

b) PQ e QR =

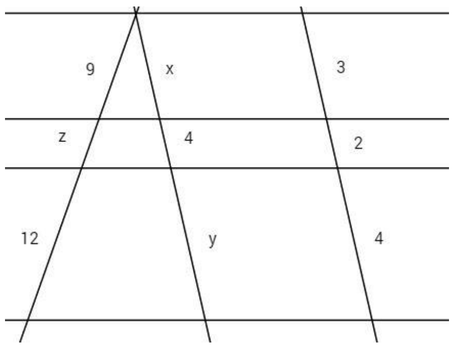
d) PQ e PR=

e) O que você pode concluir a partir das razões calculadas?

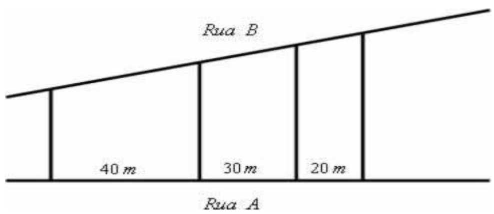
1. Sabendo que as retas a, b e c são paralelas, utilize o Teorema de Tales e determine o valor de x na figura a seguir:



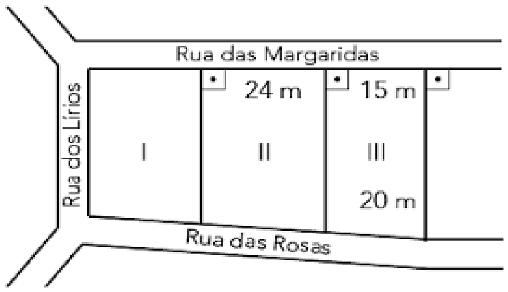
2. Na figura a seguir temos que a // b // c // d. Aplicando o Teorema de Tales determine os valores de x, z e y.



3. (Fuvest–SP) - Três terrenos têm frente para a rua A e para a rua B, como na figura. As divisas laterais são perpendiculares à rua A. Qual a medida de frente para a rua B de cada lote, sabendo que a frente total para essa rua tem 180m?



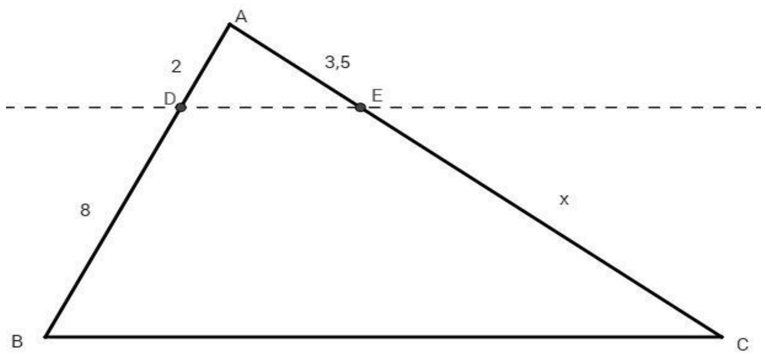
4. (Saresp–SP)- No desenho abaixo estão representados os terrenos I, II e III.



Quantos metros de comprimento deverá ter o muro que o proprietário do terreno II construirá para fechar o lado que faz frente com a Rua das Rosas?

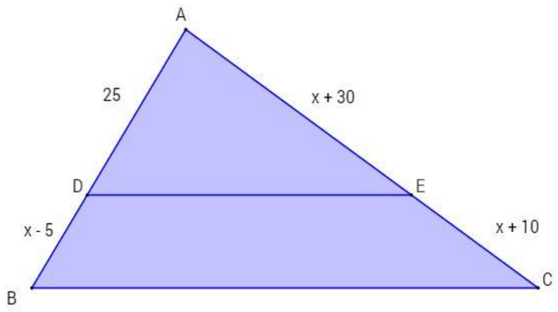
Exercício

1. Vamos calcular a medida x do triângulo abaixo, sabendo que a reta r é paralela ao lado $\overline{BC}$.

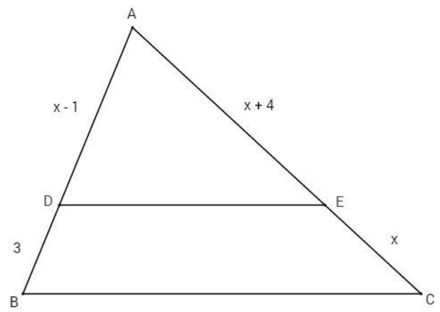


Exercícios

1. No triângulo ABC da figura, sabe – se que DE // BC . Calcule as medidas dos lados AB e AC do triângulo.

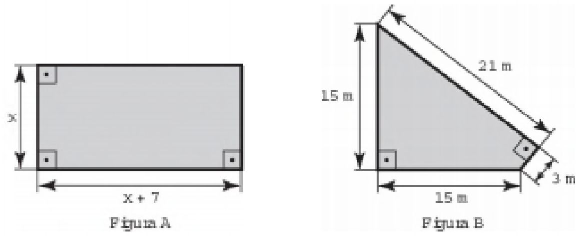


2. No triângulo abaixo, sabe –se que DE // BC . Calcule as medidas dos lados AB e AC do triângulo.



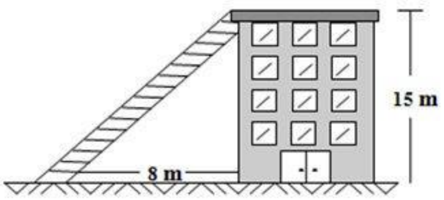
Problemas

1. (Enem 2016) - Um senhor, pai de dois filhos, deseja comprar dois terrenos, com áreas de mesma medida, um para cada filho. Um dos terrenos visitados já está demarcado e, embora não tenha um formato convencional (como se observa na Figura B), agradou ao filho mais velho e, por isso, foi comprado. O filho mais novo possui um projeto arquitetônico de uma casa que quer construir, mas, para isso, precisa de um terreno na forma retangular (como mostrado na Figura A) cujo comprimento seja 7 m maior do que a largura.

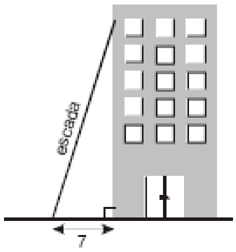


Para satisfazer o filho mais novo, quais devem ser as medidas de comprimento e largura do terreno retangular que esse senhor precisa encontrar?

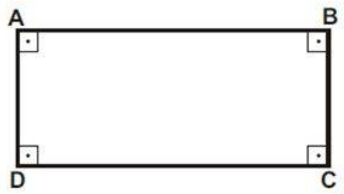
2 A figura mostra um edifício que tem 15 m de altura, com uma escada colocada a 8 m de sua base ligada ao topo do edifício. Qual o comprimento dessa escada?



3. O topo de uma escada de 25 m de comprimento está encostado na parede vertical de um edifício. O pé da escada está a 7 m de distância da base do edifício, como na figura. Se o topo da escada escorregar 4m para baixo ao longo da parede, qual será o deslocamento do pé da escada?



4. A prefeitura de uma cidade deseja construir um Posto de Saúde e uma Escola em um terreno retangular de lados AB = 150 m e BC = 80 m, conforme a figura abaixo:



O Posto de Saúde deve ficar sobre o lado AB à uma distância de 120m do vértice B e a Escola sobre o lado CD à uma distância de 70 m do vértice D. A prefeitura planeja a construção de um acesso passando por dentro desse terreno no sentido de diminuir a distância entre a Escola e o Posto de Saúde. Determine o valor mais próximo da extensão desse acesso.

PROMAT – 10° ENCONTRO

PLANO DE AULA- 14/07/2018

Público-Alvo:

Alunos do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas aulas.

Objetivo Geral:

Proporcionar aos alunos conceitos básicos de geometria plana e geometria espacial

Objetivos Específicos:

Objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Compreender a obtenção da fórmula da área do círculo.
- Calcular a área de um círculo e de uma coroa;
- Calcular o valor do comprimento de uma circunferência;
- Deduzir a fórmula de Euler;
- Utilizar as fórmulas de volume de poliedros para resolução de problemas;
- Mobilizar conhecimentos anteriores para realização de problemas.

Conteúdo: Geometria plana e geometria espacial.

Recursos Didáticos: quadro, giz, folha sulfite, projetor, GeoGebra 3D, régua, barbante, goma de mascar, palitos de dente, compasso, copos.

Encaminhamento metodológico:

Daremos início ao encontro com um desafio, exibiremos um cilindro com jujubas, e questionaremos os alunos sobre a quantidade de jujubas que há no cilindro, sabendo que o cilindro tem um raio r e altura h, e o volume de cada jujuba é aproximadamente x.

Os alunos terão cerca de 5 minutos para fazer suas estimativas, sendo revelado somente após o intervalo à quantidade correta, e quem acertar ou mais se aproximar da quantidade de jujubas ganhará as jujubas contidas no cilindro.

Círculo e circunferência

Etapa 1

Nesta etapa questionaremos os alunos como podemos obter uma circunferência? Faremos amostragem da definição por meio da rotação de um barbante com uma extremidade fixa e a outra com um giz. Também repetiremos o mesmo processo no GeoGebra conforme as imagens a seguir.

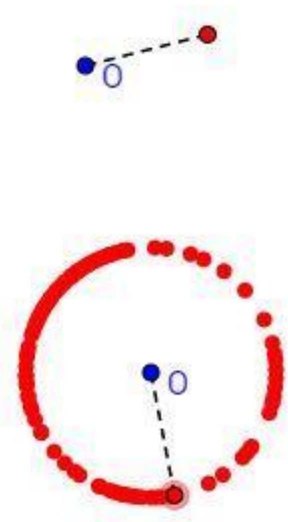


Figura: Circunferência.
Fonte: As autoras.

Assim, induziremos os alunos a obter a definição de circunferência.

Circunferência é uma figura geométrica pertencente ao plano que é constituída pelo conjunto de todos os pontos igualmente distantes de um ponto fixo desse plano.

Etapa 2- A circunferência e um círculo são iguais?

Levantaremos questionamentos sobre o que caracteriza o círculo e a circunferência, de modo a conduzir os alunos a conclusão que a circunferência é apenas o "contorno" do polígono enquanto que o círculo tem seu interior preenchido. Consequentemente, quem tem área é o círculo e não a circunferência.

Etapa 3- Comprimento da circunferência

Sabemos que o comprimento da circunferência é $C = 2\pi.r$, Podendo ser verificado por meio de barbante e régua, que tal experimentarmos?

Pediremos para que os discentes construam uma circunferência e meçam seu raio, e calculem pela fórmula, após meçam o comprimento com o barbante, confirmando experimentalmente que a fórmula confere com a realidade.

Comprimento de uma circunferência $C = 2\pi.r$

Etapa 4- Obtenção da área do círculo

Para esta atividade forneceremos circunferências particionada em triângulos. Induzindo-os a montar um retângulo com os triângulos, assim pediremos para que os alunos calculem a área do retângulo, a saber que sua área é calculada por $A_r = a.b.$ Para isso precisamos identificar quais são as medidas de cada lado Assim temos mostraremos que o lado "a" mede $2\pi r$ e o lado b mede r.

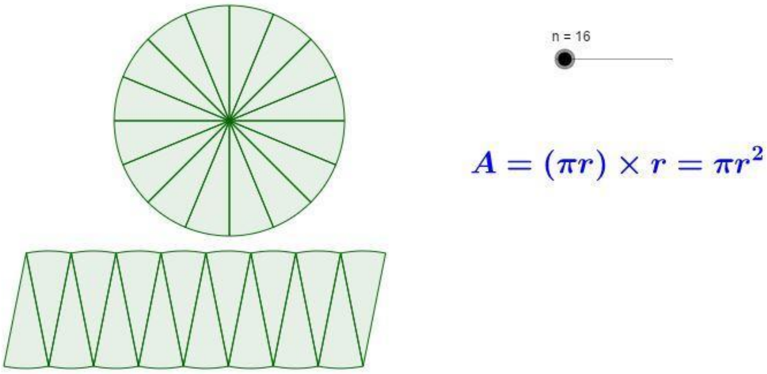


Figura: Área do círculo.
Fonte: As autoras.

Área do círculo é dado por A= $\pi.r^2$

Área de uma coroa do círculo

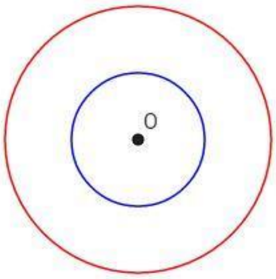


Figura: Área da coroa.
Fonte: As autoras.

Área da coroa = Área do círculo maior – Área do círculo menor (AC=AM-Am).

Problemas

1. (Enem 2015) - O proprietário de um parque aquático deseja construir uma piscina em suas dependências. A figura representa a vista superior desta piscina, que é formada por três setores circulares idênticos, com ângulo central igual a 60°. O raio *R* deve ser um número natural.

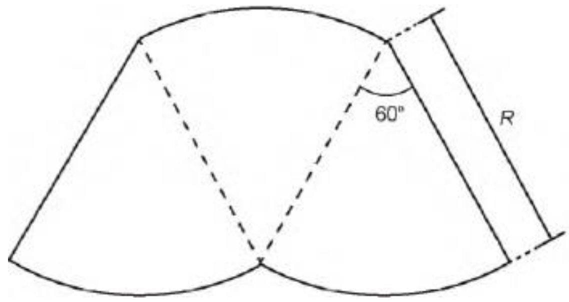


Figura: área piscina.
Fonte: http://www.uece.br/uecevest/index.php/downloads/doc_view/3331-td-de-matematica-prof-higor?tmpl=component&format=raw.

O parque aquático já conta com uma piscina em formato retangular com dimensões 50 m x 24 m. O proprietário quer que a área ocupada pela nova piscina seja menor que a ocupada pela piscina já existente. Considere 3,0 como aproximação para π. Qual o maior valor possível para o raio R, em metros?

2. (Enem 2016) - No projeto de arborização de uma praça está prevista a construção de um canteiro circular. Esse canteiro será constituído de uma área central e de uma faixa circular ao seu redor, conforme ilustra a figura.

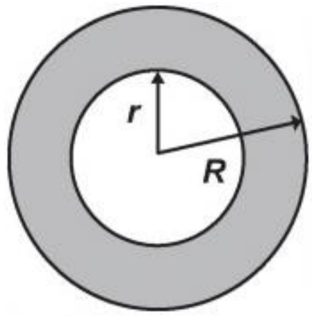


Figura: Projeto de arborização.
Fonte: https://www.aprovaconcursos.com.br/questoes-de-concurso/questao/599159.

Deseja-se que a área central seja igual à área da faixa circular sombreada. Qual deve ser a relação entre os raios do canteiro (R) e da área central (r)?

3. (Enem 2014) - Um homem, determinado a melhorar sua saúde, resolveu andar diariamente numa praça circular que há em frente à sua casa. Todos os dias ele dá exatamente 15 voltas em torno da praça, que tem 50 m de raio. Use 3 como aproximação para π. Qual é a distância percorrida por esse homem em sua caminhada diária?

Relação de Euler/ Poliedros

Esta atividade será realizada em grupos. Iniciaremos a atividade conceituando poliedro, poliedro regular e poliedro convexo, em seguida entregaremos a eles uma tabela, para que o aluno possa preenchê-lo durante a construção dos poliedros:

Nome do Poliedro	Vértices	Faces	Arestas
Tetraedro			
Hexaedro			
Octaedro			
Pirâmide de base quadrangular			
Pirâmide de base pentagonal			

Tabela: Relação de Euler.
Fonte: As autoras.

Após entregarmos a tabela, explicaremos aos alunos os elementos que compõe um poliedro, que são: vértices (gomas), arestas (palitos) e faces (espaço vazio). Nesta atividade os alunos estão liberados para comer as gomas após a aula efetuada. A aula será composta por algumas partes, das quais os alunos terão de construir os poliedros sugeridos.

Parte 1

Os alunos terão de construir um tetraedro regular. Durante a construção do triângulo da base, nós revisaremos a classificação quanto aos lados de um triângulo (equilátero, isósceles ou escaleno) e conduziremos os alunos a concluírem que, por se tratar de um poliedro regular e os palitos possuírem mesmo tamanho, trata-se de um triângulo equilátero.

Ao terminarem a construção do tetraedro regular, os alunos preencherão a tabela e analisarão a quantidade de vértices, faces e arestas.

Parte 2

Consiste na construção de um hexaedro regular. Durante a construção estaremos sempre os questionando sobre as propriedades do quadrado, e ao término preencherão a tabela novamente.

Proporemos aos alunos que sejam construídos outros poliedros, como pirâmides com bases no formato de diferentes polígonos (quadrangular e pentagonal) e o octaedro.

Com a tabela preenchida, estimularemos os alunos na percepção de algum padrão existente entre a quantidade de vértices, arestas e faces. Espera-se que algum aluno observe que a soma dos vértices e faces sempre excede em duas unidades o número de arestas.

Utilizando as letras V, F e A para vértices, faces e arestas respectivamente, junto com os alunos escreveremos a fórmula no quadro.

Relação de Euler
$V+F=A+2$

Exercícios

1.Um poliedro possui 16 faces e 18 vértices. Qual é o número de arestas desse poliedro?

2.(FAAP – SP/ adaptada) - Em um poliedro convexo, o número de arestas excede o número de vértices em 6 unidades. Qual o número de faces?

- **Volume dos poliedros**

Classificaremos os poliedros em três tipos: Prismas, pirâmide e corpos redondos conforme a tabela a seguir:

Poliedros	Propriedades	Volume

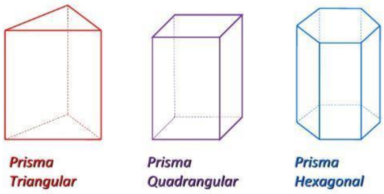
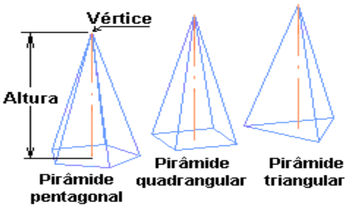
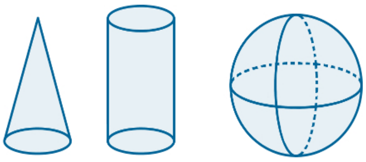
<table>
<tr>
<td>Prismas
</td>
<td>Poliedro limitado lateralmente por paralelogramos, e por dois polígonos iguais e paralelos nas extremidades</td>
<td>V=Ab . h</td>
</tr>
<tr>
<td>Pirâmides
</td>
<td>Poliedro cuja base é um polígono qualquer e cujas faces laterais são triângulos com um vértice comum.</td>
<td>V=Ab . h3</td>
</tr>
<tr>
<td>Corpos redondos
</td>
<td>Poliedros que têm suas superfícies curva</td>
<td>$V_{co}=Ab . h^3$
$V_{ci}=Ab . h$
$V_e=4/3\pi r^3$</td>
</tr>
</table>

Tabela: Poliedros.
Fonte: As autoras.

Problemas:

4. (Enem 2017) - Um casal realiza sua mudança de domicílio e necessita colocar numa caixa de papelão um objeto cúbico, de 80 cm de aresta, que não pode ser desmontado. Eles têm à disposição cinco caixas, com diferentes dimensões, conforme descrito:

- Caixa 1: 86 cm x 86 cm x 86 cm
- Caixa 2: 75 cm x 82 cm x 90 cm
- Caixa 3: 85 cm x 82 cm x 90 cm
- Caixa 4: 82 cm x 95 cm x 82 cm
- Caixa 5: 80 cm x 95 cm x 85 cm

O casal precisa escolher uma caixa na qual o objeto caiba, de modo que sobre o menor espaço livre em seu interior. Qual deve ser a caixa escolhida pelo casal?

5. (Enem 2017) - Uma rede hoteleira dispõe de cabanas simples na ilha de Gotland, na Suécia, conforme Figura 1. A estrutura de sustentação de cada uma dessas cabanas está representada na Figura 2. A ideia é permitir ao hóspede uma estada livre de tecnologia, mas conectada com a natureza.

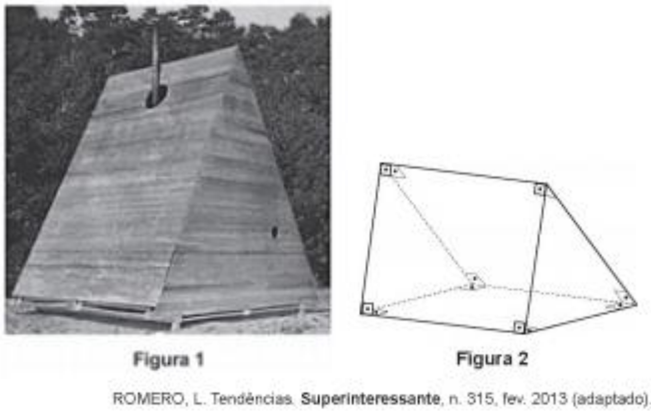


Figura: Tetraedros.
Fonte: https://questoesonline.blogspot.com/2017/11/1697.html.

Qual é a forma geométrica da superfície cujas arestas estão representadas na Figura 2?

6. (Enem 2017) - Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone, e dimensões indicadas na figura. O silo fica cheio e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m^3. Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento.

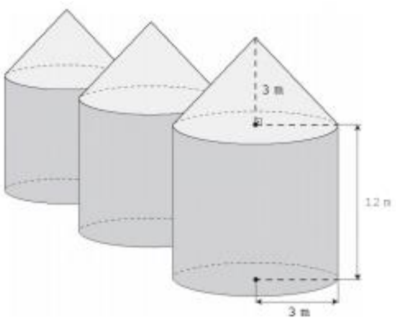


Figura: Silos de grãos.
Fonte: https://10vendematematica.blogspot.com/2016/11/questao-136-enem-2016-caderno-7-azul.html.

Utilize 3 como aproximação para π. Qual é o número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo?

Relato descritivo- reflexivo- 10° encontro

Demos início ao encontro com um desafio, exibimos um cilindro com jujubas, e questionamos os alunos sobre a quantidade de jujubas que havia no cilindro, sabendo que o cilindro tem um raio r e altura h, e o volume de cada jujuba é aproximadamente x.

Os alunos terão cerca de 5 minutos para fazer suas estimativas, sendo revelado somente após o intervalo a quantidade correta, e quem acertasse ou mais se aproximasse da quantidade de jujubas ganharia as jujubas contidas no cilindro. Deixamos os alunos com o desafio e partimos para o desenvolvimento do conteúdo proposto para esse 10 e último encontro.

Começamos questionando a diferença entre círculo e circunferência, para saber o que eles achavam. Alguns responderam que não havia diferença, outros responderam corretamente e até explicaram com detalhes cada um.

Após este momento pedimos para que os discentes construíssem uma circunferência e medissem seu raio, e que calculassem pela fórmula. Após isso, solicitamos que eles medissem o comprimento com o barbante, confirmando experimentalmente, que a fórmula confere com a realidade. Neste momento alguns grupos tiveram um pouco de dificuldade de chegar a esta conclusão, percebemos então que este conteúdo deixa os alunos de certa forma desconfortáveis, talvez até inseguros pelo fato de não entenderem com profundidade seus conceitos.

Continuamos a aula partindo para outra atividade pratica, para esta atividade forneceremos circunferências particionada em triângulos. Induzindo-os a montar um retângulo com os triângulos, pedimos para que os alunos calculassem a área do retângulo, "a saber que sua área é calculada por é $A_r = a.b$". Para isso precisamos identificar quais são as medidas de cada lado, assim mostramos que o lado "a" mede $2\pi r$ e o lado b mede r.

Após esta atividade os alunos resolveram alguns exercícios propostos para este encontro. Estes exercícios foram resolvidos no quadro, explicados e comentados.

Partimos então para atividade seguinte realizada em grupos, iniciamos a atividade conceituando poliedro, poliedro regular e poliedro convexo, em seguida entregamos a eles uma tabela, conforme o plano de aula.

Após entregarmos a tabela, explicamos aos alunos os elementos que compõe um poliedro, que são: vértices (gomas), arestas (palitos) e faces (espaço vazio). Nesta atividade os alunos estão liberados para comer as gomas após a aula efetuada.

A aula foi composta por algumas partes, das quais os alunos construíram os poliedros sugeridos:

Parte 1: Os alunos construíram um tetraedro regular. Durante a construção do triângulo da base, nós revisamos a classificação quanto aos lados (equilátero, isósceles ou escaleno) e conduzimos os alunos a concluírem que, por se tratar de um poliedro regular e os palitos possuírem mesmo tamanho, tratava-se de um triângulo equilátero. Quando terminaram a construção do tetraedro regular, os alunos preencheram a tabela e analisaram a quantidade de vértices, faces e arestas.

Parte 2: Consistiu na construção de um hexaedro regular. Durante esta construção estivemos sempre questionando sobre as propriedades do quadrado, e ao término, os alunos preencheram tabela novamente.

Propusemos aos alunos que fosse construído outros poliedros, como pirâmides com bases no formato de diferentes polígonos (quadrangular e pentagonal) e também o octaedro. Esta atividade transcorreu de uma forma bem produtiva, pois vários alunos conseguiram absorver o conhecimento básico através da construção, o que para nós foi de grande satisfação observar esta evolução e de certa forma divertida em trabalhar um conteúdo matemático.

MATERIAL DO ALUNO- 10° Encontro

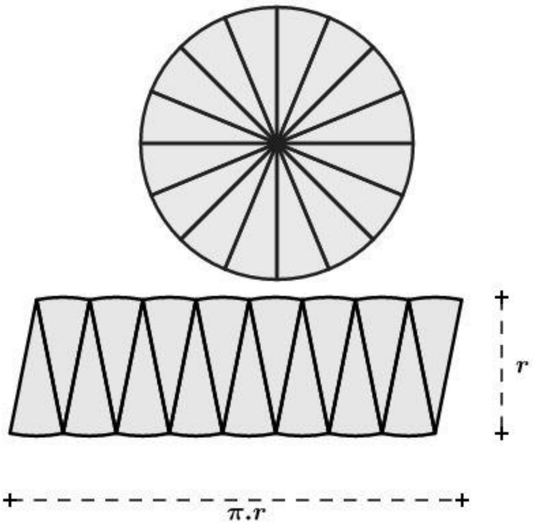
NOME:	**DATA:___/___/2018.**

Projeto PROMAT-2018. Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE

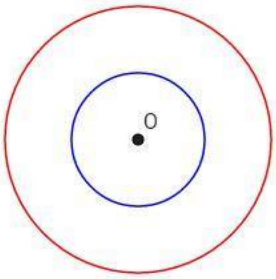
A circunferência é uma figura geométrica pertencente ao plano que é constituída pelo conjunto de todos os pontos igualmente distantes de um ponto fixo desse plano.

Lembre-se um círculo tem seu interior preenchido, enquanto que a circunferência é apenas o contorno.

Área do círculo



$$A = (\pi r) \times r = \pi r^2$$

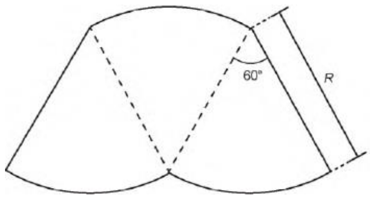


Comprimento de uma circunferência
$C = 2\pi.r$

Área da coroa = Área do círculo maior – Área do círculo menor

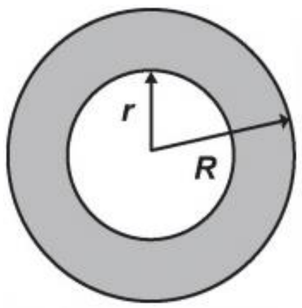
(AC=AM-Am)

1. (Enem 20150-) O proprietário de um parque aquático deseja construir uma piscina em suas dependências. A figura representa a vista superior dessa piscina, que é formada por três setores circulares idênticos, com ângulo central igual a 60°. O raio *R* deve ser um número natural.



O parque aquático já conta com uma piscina em formato retangular com dimensões 50 m x 24 m. O proprietário quer que a área ocupada pela nova piscina seja menor que a ocupada pela piscina já existente. Considere 3,0 como aproximação para π. Qual o maior valor possível para o raio R, em metros?

2. (Enem 2016)- No projeto de arborização de uma praça está prevista a construção de um canteiro circular. Esse canteiro será constituído de uma área central e de uma faixa circular ao seu redor, conforme ilustra a figura.



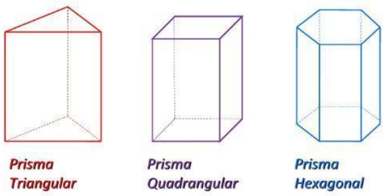
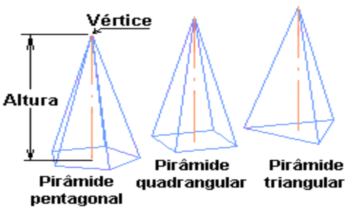
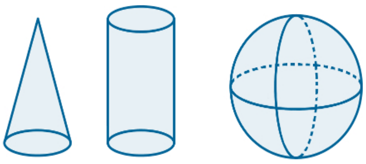
Deseja-se que a área central seja igual à área da faixa circular sombreada. Qual deve ser a relação entre os raios do canteiro (R) e da área central (r)?

3. (Enem 2014)- Um homem, determinado a melhorar sua saúde, resolveu andar diariamente numa praça circular que há em frente à sua casa. Todos os dias ele dá exatamente 15 voltas em torno da praça, que tem 50 m de raio. Use 3 como aproximação para π. Qual é a distância percorrida por esse homem em sua caminhada diária?

4. (UEM-PR)- Uma pista de atletismo tem a forma circular e seu diâmetro mede 80 m. Um atleta treinando nessa pista deseja correr 10 km diariamente. Determine o número mínimo de voltas completas que ele deve dar nessa pista a cada dia?

Preencha a tabela abaixo

Nome do Poliedro	Vértices	Faces	Arestas
Tetraedro			
Hexaedro			
Octaedro			
Pirâmide de base quadrangular			
Pirâmide de base pentagonal			

Poliedros	Propriedades	Volume
Prismas 	Poliedro limitado lateralmente por paralelogramos, e por dois polígonos iguais e paralelos nas extremidades	V=Ab . h
Pirâmides 	Poliedro cuja base é um polígono qualquer e cujas faces laterais são triângulos com um vértice comum.	V=Ab . h3
Corpos redondos 	Poliedros que têm suas superfícies curva	V_{co}=Ab . h^3 V_{ci}=Ab . h V_e=43**π**r^3

Problemas

1. (Enem 2017) - Um casal realiza sua mudança de domicílio e necessita colocar numa caixa de papelão um objeto cúbico, de 80 cm de aresta, que não pode ser desmontado. Eles têm à disposição cinco caixas, com diferentes dimensões, conforme descrito:

• Caixa 1: 86 cm x 86 cm x 86 cm
• Caixa 2: 75 cm x 82 cm x 90 cm
• Caixa 3: 85 cm x 82 cm x 90 cm
• Caixa 4: 82 cm x 95 cm x 82 cm
• Caixa 5: 80 cm x 95 cm x 85 cm

O casal precisa escolher uma caixa na qual o objeto caiba, de modo que sobre o menor espaço livre em seu interior. Qual deve ser a caixa escolhida pelo casal?

2. (Enem 2017) - Uma rede hoteleira dispõe de cabanas simples na ilha de Gotland, na Suécia, conforme Figura 1. A estrutura de sustentação de cada uma dessas cabanas está representada na Figura 2. A ideia é permitir ao hóspede uma estada livre de tecnologia, mas conectada com a natureza.

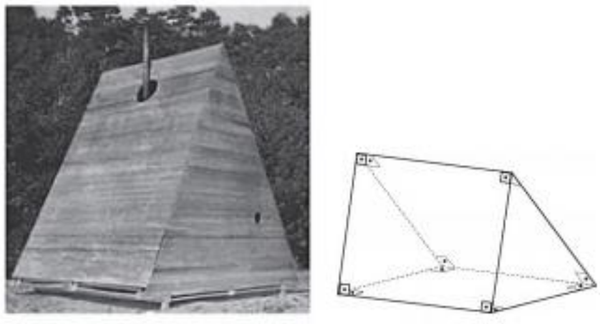
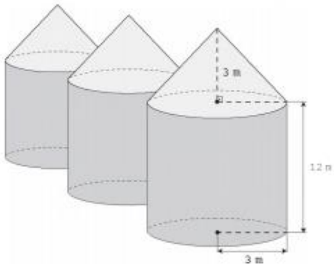


Figura 1 Figura 2

ROMERO, L. Tendências. **Superinteressante**, n. 315, fev. 2013 (adaptado).

Qual é a forma geométrica da superfície cujas arestas estão representadas na Figura 2?

3. (Enem 2017) - Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone, e dimensões indicadas na figura. O silo fica cheio e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m³. Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento.



Utilize 3 como aproximação para π. Qual é o número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo?

2.3PROMAT - Considerações Finais

Nestes três anos que estivemos no curso de licenciatura em matemática, estivemos nos aprimorando enquanto professoras, por meio de disciplinas da licenciatura, leituras, discussões e reflexões, basicamente ocorrendo às coisas no âmbito teórico. Apesar de termos uma experiência na docência por meio do Pibid e por aulas de apoio, o Promat se mostrou um desafio.

É realizada a preparação e as aulas para o Promat, em grupos de geralmente 4-5 pessoas. Nosso grupo como os outros começou a disciplina com 4 integrantes, mas, antes mesmo de começar o Promat, houve a desistência de um colega. Assim seguimos a disciplina, sendo um trio constituído pelos discentes: Mariana, Veruska e Ronny. Isto não se constitui como um problema, devido já estarmos acostumados a realizar os trabalhos e seminários do curso juntos.

A primeira aula foi uma das mais difíceis, devido a ansiedade em exercer a docência, e conhecer os alunos. Mas isto, logo passou nos primeiros minutos de aula. Superado está ansiedade, começou a aparecer outras dificuldades, a maior delas estava em conciliar a preparação do Promat, com as outras matérias e a vida fora da universidade. O tempo hábil para preparação das aulas parecia escasso, motivado talvez, pela falta de experiência. Entretanto seguíamos assim, nos preparando para cada encontro, discutindo cada preparação de aula. Quando as coisas estavam melhorando, nos adequando, antes do terceiro encontro, nosso colega Ronny, deixou a disciplina por motivos pessoais. E assim, ficou o desafio, dar conta de 40 alunos com todas as dificuldades já mencionadas e agora estando em dupla.

As coisas pareciam que estavam piorando, o terceiro encontro foi difícil, para nossa dupla, e para os alunos, pois já estávamos acostumados com a presença do nosso colega, e a mesma fazia a diferença de modo positivo. Foi no encontro sobre função quadrática, que sentimos que as coisas estavam se ajeitando. A preparação das aulas estava fluindo melhor, e a comunicação com os alunos estava se firmando. Pudemos observar, essa evolução, a confiança depositada em nossas aulas, isto nos ajudou a melhorar cada vez mais.

Por meio do Promat, pudemos aprender muito, nos aperfeiçoamos quanto futuras professoras, pudemos avaliar nossa prática, encontro após encontro, melhorando cada vez mais. Foi muito gratificante, ver os bons frutos do nosso trabalho nos alunos. Certamente uma das coisas mais prazerosas é ver o olhar de um aluno, quando o mesmo compreende o conhecimento que tentamos passar. E esse foi nosso principal objetivo em cada novo encontro, mudar o olhar daqueles adolescentes.

Todo sábado, um aluno mandava foto no grupo do whatassap as 5 horas da madruga, com a seguinte frase “partiu Promat”, ele é de uma cidade do interior, e estava disposto a sair de casa, todo sábado de madruga, para estar nos encontros. Isto nos motivava a dar nosso melhor, em corresponder as expectativas daqueles alunos. E acreditamos que nossa meta foi comprida, pois no ultimo encontro estavam lá os 36 alunos, mais uma vez dispostos a obter mais conhecimento. E se permaneceram todos estes dez encontros conosco. Acreditamos que fizemos um bom trabalho, quanto educadoras, e evoluímos como pessoas.

Para finalizar, gostaríamos de compartilhar uma frase a qual passou a fazer sentindo após o Promat, certa vez uma professora disse “ser professor é desejar ser esquecido”, parece não ter sentido, mas hoje mais maduras vemos, que está frase descreve o ser professor. Devemos ensinar e acompanhar nossos alunos, até que eles possam caminhar com as próprias pernas, até que nossos alunos possam evoluir por si sós. E hoje em dia vemos que esse é o verdadeiro papel enquanto professoras.

Referências

Almeida, Josiel Almeida; FRANÇA, Kleber Vieira; SANTOS, Lúcia S. B. dos. **Dificuldades na Aprendizagem de Matemática:** Introdução. 2007. 41 f. Monografia (Especialização) - Curso de Matemática, Educação Matemática, Centro Universitário Adventista de São Paulo, São Paulo, 2007. Cap. 1. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Monografia_Santos.pdf>. Acesso em: 15 ago. 2018.

ANDRADE, Fabiana Chagas De. Jujubas: **Uma proposta lúdica ao ensino de geometria espacial no ensino médio**. Rio de janeiro, p. 30-47, fev. 2014. Disponível em: <http://www2.unirio.br/unirio/ccet/profmat/tcc/tcc_fabiana.pdf>.Acesso em: 12 jul. 2018.

ANDRIANI, A. VASCONCELLOS, M.J. **Praticando Matemática**. 4 Ed. Renovada. São Paulo: Editora do Brasil. 2015.

BORBA, M.C. PENTEADO, M.G. **Informática e educação matemática.** Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2005. (Tendências em educação matemática).

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. Brasília, DF,1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais** - Ciências da Natureza e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 1998.

Cadernos PDE. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014 unioeste_mat_pdp_alexandra_ruwer.pdf >. Acesso em: 10 de maio 2018.

CASSOL, M. Produção didático-pedagógica. **In:** PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de educação. Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE, 2012. ISBN. 978-85-8015-075-9. V.2. (Cadernos PDE). Curitiba: SEED/PR. Disponível em: <goo.gl/6ACjqg>. Acesso em: 01 de maio de 2018.

Dia a Dia Educação Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014 unioeste_mat_pdp_alexandra_ruwer.pdf >. Acesso em: 10 de maio 2018.

Dia a Dia Educação. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_unioeste_mat_pdp_karen_cristina_oro.pdf>. Acesso em 20 de maio de 2018.

Dia a Dia Educação. Disponível em: **<**http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_uel_mat_pdp_maria_lucia_piaceski.pdf>. Acesso em 20 de maio de 2018.

Educa Terra. Enem 98. Disponível em: <http://educaterra.terra.com.br/educacao/enem/provas/enem1998.pdf>Acesso em: 27 mar.2018.

Exercícios do Enem. Disponível em: <http://vestibular.brasilescola.uol.com.br/enem/equacoes-no-enem.htm>. Acesso em: 15 maio. 2018.

Exercícios do Enem. Disponível em: <http://vestibular.brasilescola.uol.com.br/enem/equacoes-no-enem.htm>. Acesso em: 15 maio. 2018.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. **In:** LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006. P. 3-38.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Departamento de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica** – Matemática. Curitiba: SEED, 2008.

Projeto Araribá: matemática: ensino fundamental /obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna; editora responsável Juliane Matsubara Barroso. -2. Ed.- São Paulo: Moderna, 2007.

Razão (matemática). Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/razão_(matemática)>. Acesso em: 30 mar. 2018.

TURRIONI, Ana Maria Silveira. **O Laboratório De Educação Matemática Na Formação Inicial De Professores:** O Laboratório De Educação Matemática Na Formação Inicial De Professores. 2004. 163 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004. Cap. 4.

QCONCURSOS. Disponível em: <www.qconcursos.com/questoes-do-enem/search?utf8=%E2%9C%93&q=fun%C3%A7%C3%A3o+primeiro+grau>. Acesso em: 12 de maio de 2018.

QCONCURSOS. Disponível em: <https://www.qconcursos.com/questoes-do-enem/disciplinas/matematica-matematica/funcoes/funcao-de-2-grau-ou-funcao-quadratica-e-inequacoes>. Acesso em 20 de maio de 2018.

QCONCURSOS. Disponível em: <www.qconcursos.com/questoes-do-enem/questões/search?assunto=14570>. Acesso em: 09 jul. 2018.

SABER MATEMÁTICA. Disponível em: < https://sabermatematica.com.br/lista-de-exercicios-numeros-diretamente-e-inversamente-proporcionais.html> Acesso em: 30 mar.2018.

SILVEIRA, Astrigilda; CABRITA, Isabel. Tecnologias da informação em educação: O GeoGebra como ferramenta de apoio à aprendizagem significativa das Transformações Geométricas Isométricas. **Indagatio Didactica**, Aveiro, v. 5, n. 1, p.156-156, 2013. Semestral.

STRAPASON, Lísie Pippi Reis. **O USO DE JOGOS COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA NO 1º ANO DO ENSINO**

MÉDIO. 2011. 194 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Ensino de Matemática, Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, Santa Maria, 2011. Cap. 2.